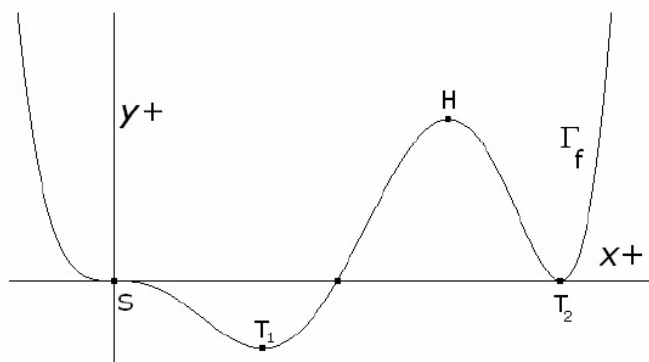


Übungsaufgaben zu 1b11):

1b1102, 1b1103, 1b1104, 1b1105 und
1b1110 in den Vorbereitungsstunden:

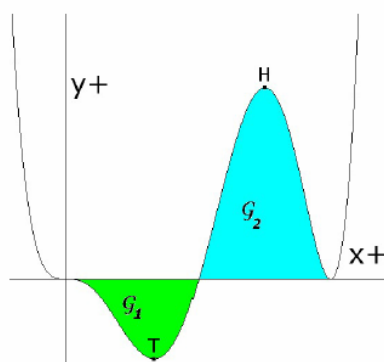
1b1101)



In obiger Figur ist der Graph der Polynomfunktion $f [y = f(x) = x^6 - 30x^5 + 288x^4 - 864x^3]$ abgebildet.

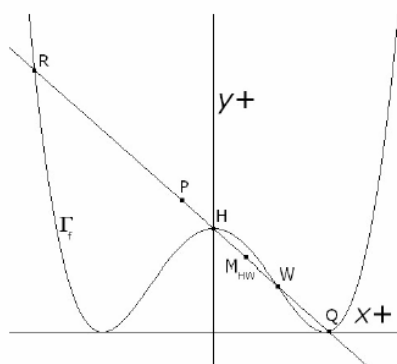
Ermittle die Null- und Extremstellen von f und triff (inkl. Begründungen!) Aussagen über (nebst S!) weitere Wendepunkte von Γ_f !

1b1102)



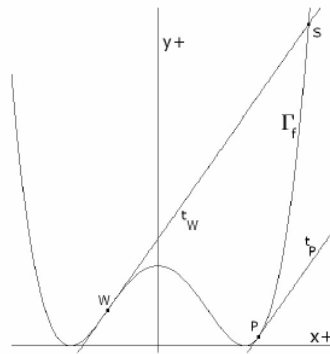
In obiger Figur ist der Graph der Funktion $f [y = f(x) = x^3(x - 6)(x - 12)^2]$ zusammen mit ihrem Hochpunkt H sowie einem Tiefpunkt T abgebildet. Berechne deren Koordinaten und zeige, dass sich die Inhalte der Gebiete G_1 und G_2 wie $19 : 51$ verhalten.

1b1103)



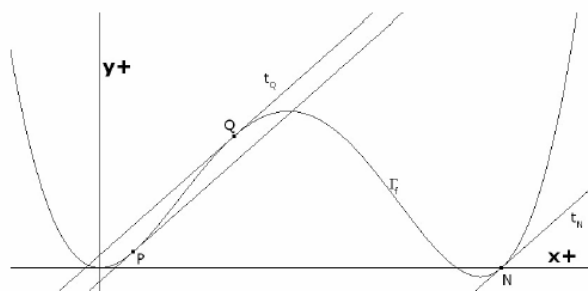
Ausgehend von obiger Figur und vom Graphen der Funktion $f [y = f(x) = x^4 - 6x^2 + 9]$ ist zu zeigen, dass $P = M_{QR}$ gilt! Dabei ist P der Spiegelpunkt von M_{HW} an H !

1b1104)



Ausgehend von der Funktion f mit der Funktionsgleichung $y = f(x) = x^4 - 6x^2 + 9$ sind die Koordinaten jenes Kurvenpunkts P zu berechnen, in dem die Tangente t_P zur in obiger Abbildung eingezeichneten Wendetangente t_W parallel verläuft. Kontrolliere nach erfolgter Berechnung die für alle biquadratischen Polynomfunktionen gültige Formel $x_P = \frac{1}{2} \cdot (x_S - x_W)$!

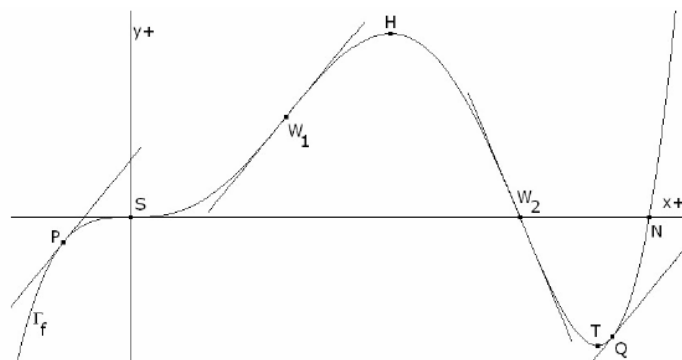
1b1105)



Gegeben ist die Polynomfunktion f mit der Funktionsgleichung

$y = f(x) = \frac{1}{1728} \cdot (x^4 - 68x^3 + 1152x^2)$. Ermittle die Koordinaten jenes in obiger Abbildung eingezeichneten Punkts Q auf Γ_f , in welchem die Tangente t_Q parallel zur Tangente in der rechtesten Nullstelle verläuft. Stelle auch eine Gleichung von t_Q auf!

1b1106)

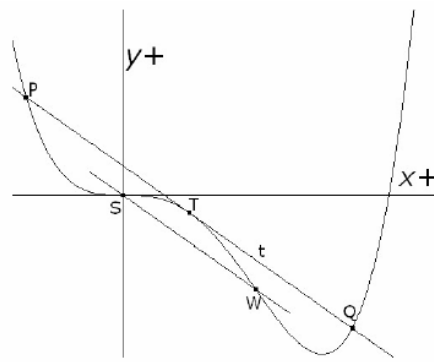


In obiger Figur ist der Graph der Polynomfunktion $f \left[y = f(x) = \frac{1}{512} \cdot (x^5 - 70x^4 + 1200x^3) \right]$ abgebildet.

Bearbeite die folgenden Aufgabenstellungen:

- Diskutiere die Funktion. Zeige, dass zwei der drei Nullstellen auch Wendestellen sind.
- Berechne die x -Koordinaten jener Kurvenpunkte P und Q , in welchen die Tangenten an die Kurve parallel zur steigenden Wendetangente verlaufen. Verwende Wurzelausdrücke!

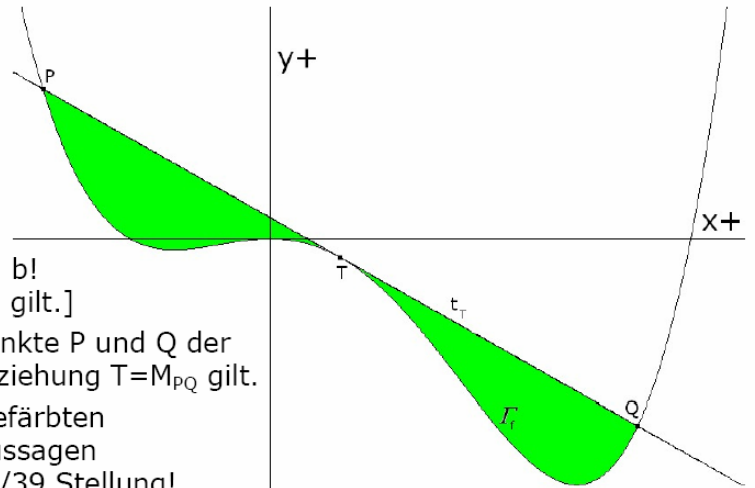
1b1107)



In obiger Figur ist der Graph der Funktion $f [y = f(x) = x^4 - 4x^3]$ zusammen mit seinem Sattelpunkt S und seinem (gewöhnlichen) Wendepunkt W abgebildet. Zeige, dass es drei Punkte auf Γ_f gibt, in denen die Tangente an Γ_f parallel zu g_{SW} verläuft und berechne die Koordinaten des Gitterpunkts T unter diesen drei Punkten. Zeige, dass $T = M_{PQ}$ gilt. (Zusatz: Zeige, dass für die anderen beiden Punkte $T_1(x_1|y_1)$ und $T_2(x_2|y_2)$ die Gleichung $\frac{x_1+x_2}{2} = x_T$ gilt!)

1b1108)

Der nebenstehend abgebildete Graph Γ_f der Funktion f mit der Funktionsgleichung $y = f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2$ geht durch den Punkt $T(1|-15)$ und weist dort eine Steigung von -32 auf.

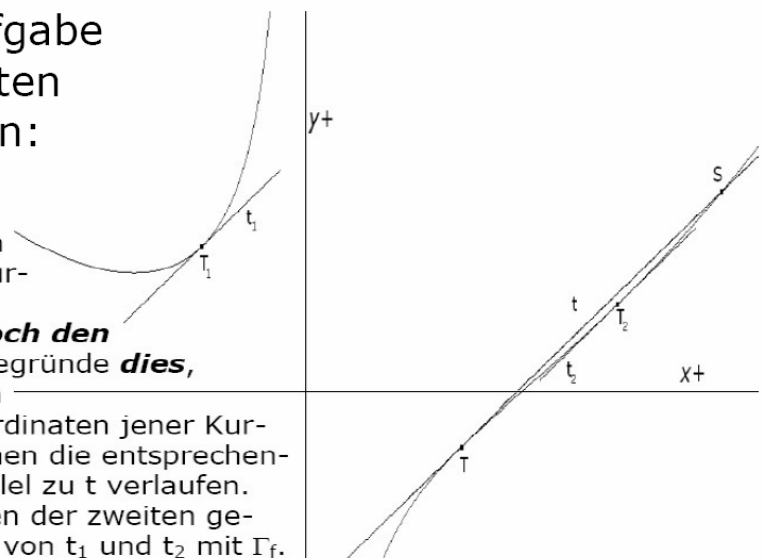


- Ermittle die Parameter a und b !
[Zeige, dass $(a|b) = (-4|-12)$ gilt.]
- Zeige, dass für die Schnittpunkte P und Q der Tangente t_T an Γ_f in T die Beziehung $T = M_{PQ}$ gilt.
- Berechne den Inhalt F des gefärbten Gebiets und nimm zu den Aussagen $F = 1296 \cdot \sqrt{2}/5$ bzw. $F = 14296/39$ Stellung!
- Ermittle die Koordinaten jener Punkte R und S auf Γ_f , in denen die Tangenten an Γ_f parallel zu t_T verlaufen.
- Berechne den Schnittpunkt von t_R und t_S ! Was fällt dir auf? Begründe dies!

1b1109)

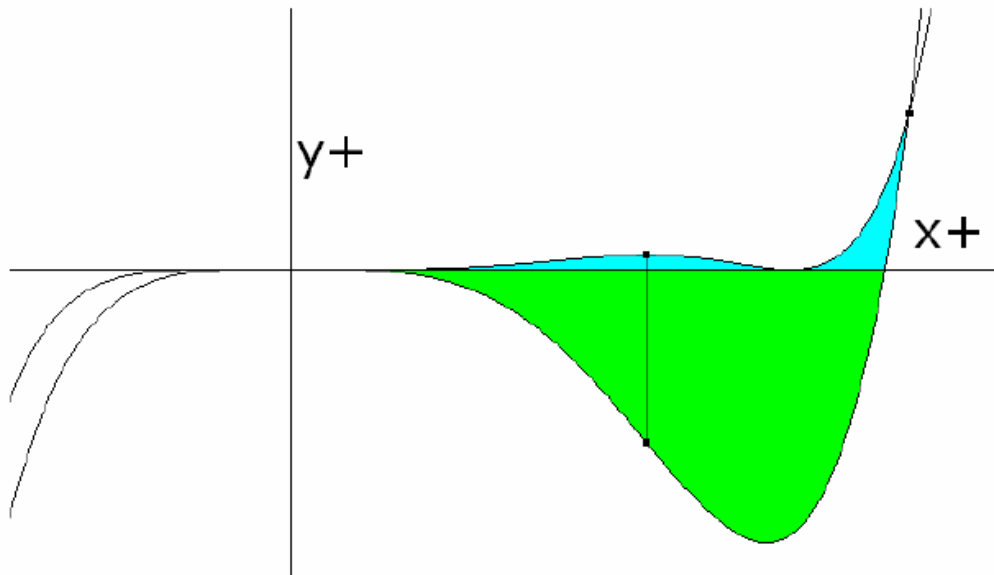
Noch eine Übungsaufgabe zu parallelen Tangenten von Funktionsgraphen:

In nebenstehender Figur ist der Graph der Funktion f ($y = f(x) = x^2 - 72x^{-1}$) zusammen mit **seiner Tangente t** im Kurvenpunkt $T(3|y_T)$ abgebildet, **welche mit Γ_f außerdem noch den Punkt S gemeinsam hat**. Begründe **dies**, berechne die Koordinaten von S und ermittle ferner die Koordinaten jener Kurvenpunkte T_1 und T_2 , in welchen die entsprechenden Tangenten t_1 und t_2 parallel zu t verlaufen. Berechne auch die Koordinaten der zweiten gemeinsamen Punkte S_1 und S_2 von t_1 und t_2 mit Γ_f .



1b1110) Die Graphen der Polynomfunktionen $f [y=f(x)=650x^4 \cdot (x-25)]$
 $g [y=f(x)=x^5 \cdot (x-21)^2]$ sind in der unteren Figur abgebildet.

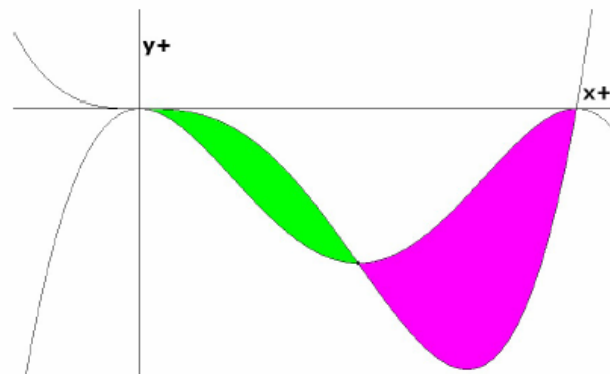
- Ordne zunächst jedem Graphen die entsprechende Funktionsgleichung zu (Begründung!).
- Zeige, dass eine Extremstelle eine der beiden Funktionen mit einer Wendestelle der anderen Funktion zusammenfällt.
- Beträgt der kleine gefärbte Teil mehr oder weniger als 10% des gesamten von den beiden Graphen begrenzten Gebiets?



Übungsaufgaben zu 1b12):

1b1201, 1b1203 und 1b1206, 1b1207 und
 1b1208 in den Vorbereitungsstunden:

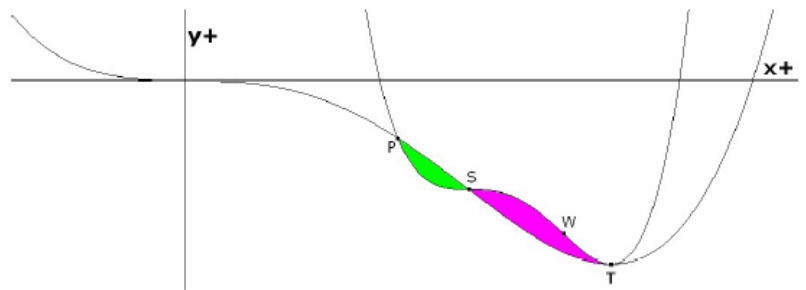
1b1201)



In obiger Figur sind die Kurven mit den Gleichungen
 $y = x^4 - 4x^3$ und $y = -x^4 + 8x^3 - 16x^2$ abgebildet.

- Ordne der jeweiligen Kurve die entsprechende Gleichung zu und begründe deine Wahl jeweils!
- Zeige, dass die beiden Kurven gemeinsame Nullstellen haben und einander in einer davon sogar berühren!
- Zeige, dass die Inhalte der beiden gefärbten Flächenstücke sich wie 7 : 23 verhalten!

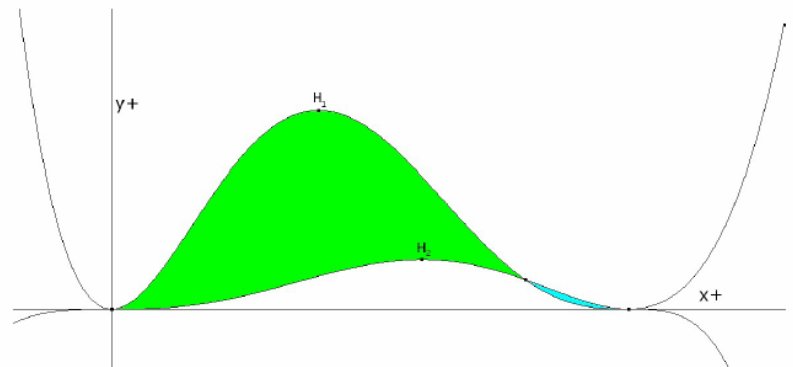
1b1202)



In obiger Figur sind die Kurven mit den Gleichungen $y = x^4 - 4x^3$ und $y = 33x^4 - 1848x^3 + 38016x^2 - 342144x + 1119744$ abgebildet.

- Ordne der jeweiligen Kurve die entsprechende Gleichung zu und begründe deine Wahl jeweils!
- Zeige, dass die beiden Kurven einen gemeinsamen Wendepunkt sowie einen gemeinsamen Tiefpunkt haben!
- Zeige, dass die Inhalte der beiden gefärbten Flächenstücke sich wie 7 : 16 verhalten!

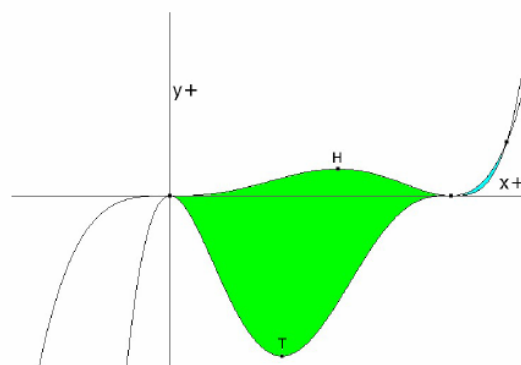
1b1203)



In obiger Figur sind die Graphen der Funktionen f und g mit den Funktionsgleichungen $y = f(x) = x^3(x - 5)^2$ und $y = g(x) = 4x^2(5 - x)^3$ abgebildet.

- Berechne die Koordinaten von H_1 und H_2 und begründe deine Zuordnungen!
- Γ_f und Γ_g begrenzen zwei gefärbte Flächenstücke. Nimmt das kleinere der beiden Flächenstücke mehr oder weniger als 1% des größeren Flächenstücks ein? Begründe ohne TR!

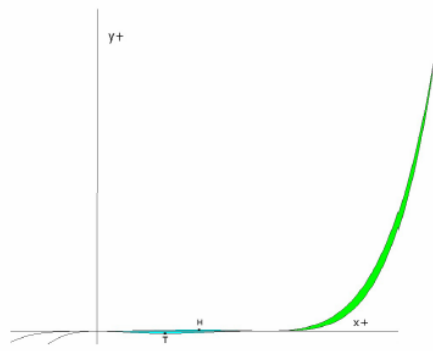
1b1204)



In obiger Figur sind die Graphen der Funktionen f und g mit den Funktionsgleichungen $y = f(x) = x^3(x - 5)^2$ und $y = g(x) = 6x^2(x - 5)^3$ abgebildet.

- Berechne die Koordinaten von H und T und begründe deine Zuordnungen!
- Γ_f und Γ_g begrenzen zwei gefärbte Flächenstücke. Nimmt das kleinere der beiden Flächenstücke mehr oder weniger als 1% des größeren Flächenstücks ein? Begründe ohne TR und kommentiere auch Mad Mikes Behauptung, dass sich die Inhalte der gefärbten Flächenstücke wie 418 : 3 verhalten!

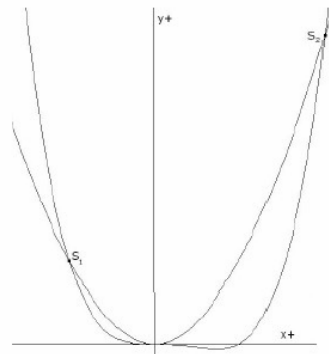
1b1205)



In obiger Figur sind die Graphen der Funktionen f und g mit den Funktionsgleichungen $y = f(x) = x^3(x - 5)^2$ und $y = g(x) = 2x^2(x - 5)^3$ abgebildet.

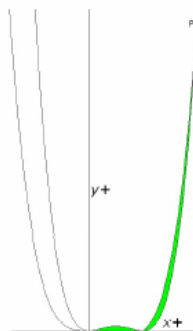
- Berechne die Koordinaten von H und T und begründe deine Zuordnungen!
- Γ_f und Γ_g begrenzen zwei gefärbte Flächenstücke. Nimmt das kleinere der beiden Flächenstücke mehr oder weniger als $\frac{1}{4}$ des größeren Flächenstücks ein? Begründe ohne TR!

1b1206)



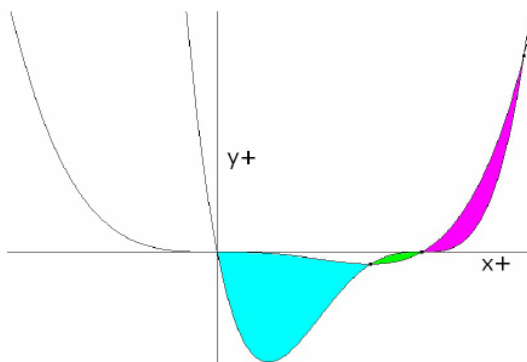
In obiger Figur sind die Graphen der Funktionen f und g mit den Funktionsgleichungen $y = f(x) = x^4 - x^3$ und $y = g(x) = 2x^2$ abgebildet. Kommentiere Mad Mikes Resultat, demzufolge sich die Inhalte jener Flächenstücke, welche die beiden Kurven links bzw. rechts von der y -Achse miteinander begrenzen, wie $2 : 27$ verhalten!

1b1207)



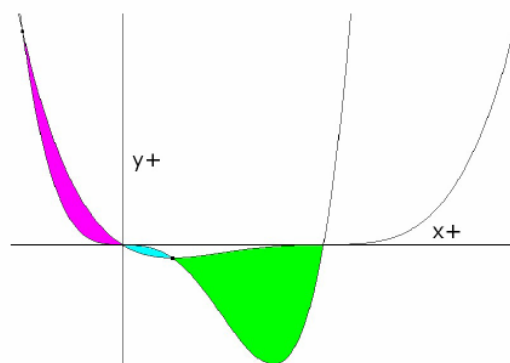
In obiger Figur sind die Graphen der Funktionen f und g mit den Funktionsgleichungen $y = f(x) = x^3(x - 4)$ und $y = g(x) = 2x^2(x - 4)^2$ abgebildet. Zeige, dass sich die Flächeninhalte der beiden gefärbten Flächenstücke wie $23 : 7$ verhalten.

1b1208)



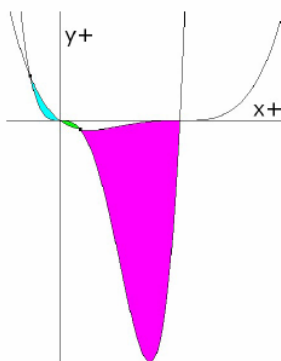
In obiger Figur sind die Graphen der Funktionen f und g mit den Funktionsgleichungen $y = f(x) = x^3(x-4)$ und $y = g(x) = 9x(x-4)^3$ abgebildet. In welchem fortlaufenden Verhältnis stehen die Flächeninhalte der drei gefärbten Gebiete?

1b1209)



In obiger Figur sind die Graphen der Funktionen f und g mit den Funktionsgleichungen $y = f(x) = 9x^3(x-4)$ und $y = g(x) = x(x-4)^3$ abgebildet. In welchem fortlaufenden Verhältnis stehen die Flächeninhalte der drei gefärbten Gebiete?

1b1210)



In obiger Figur sind die Graphen der Funktionen f und g mit den Funktionsgleichungen $y = f(x) = 25x^3(x-4)$ und $y = g(x) = x(x-4)^3$ abgebildet. In welchem fortlaufenden Verhältnis stehen die Flächeninhalte der drei gefärbten Gebiete?