

- 17) Opa Neugebauer erzählt von seinen finanziellen Höhenflügen vor der Pension:
Nach 45 Jahren schwerster Arbeit konnte er mit einer jährlichen Gehaltserhöhung von 1000€ insgesamt 4,5 Millionen € verdienen.

- Wie viel € betrug demnach sein Startjahresgehalt?
- Nach wie vielen Jahren hat er die Hälfte seines Gesamteinkommens erreicht?
Begründe in eigenen Worten, warum dafür mehr als die halbe Zeit notwendig ist!



- 18) Lemmys Enkelsohn Lenny braucht Hilfe in Mathematik. Also hilft die frisch pensionierte Oma ihrem Enkel gemeinsam mit ihrer besten Freundin Hammy, ihres Zeichens ebenso Rentnerin. Sie verwenden die finanziellen Trümpfe aus ihrem vergangenen Berufsleben, welches sie beim gleichen Arbeitgeber X während der gleichen 36 Jahre dauernden Zeitspanne ohne Unterbrechung verbrachten, wobei die Einzelheiten wie folgt aussehen:

Lemmy erhielt mit 81250€ ein enorm hohes Startjahresgehalt und konnte mit einer konstanten jährlichen Gehaltserhöhung innerhalb von 36 Arbeitsjahren insgesamt 10,8 Millionen € erwirtschaften.

- Wie hoch war demnach die jährliche Gehaltserhöhung?
- Nach wie vielen Jahren hat sie die Hälfte der 10,8 Millionen € verdient?

Hammy bekam zu Beginn deutlich weniger als Lemmy, was so schmerzhaft war, dass sie dies glatt verdrängt hat. Was sie jedoch nicht vergaß, war die konstante jährliche Gehaltserhöhung um 30000€, die ihr letztendlich ein um 8,82 Millionen € höheres Gesamteinkommen als Lemmy einbrachte.

- Um wie viel € verdiente Hammy demnach im ersten Jahr weniger als Lemmy?
- Nach wie vielen Jahren hat Hammy Lemmy im Sinne des Gesamteinkommens eingeholt?
- Ab dem wievielten Arbeitsjahr hat Hammy ein höheres Jahreseinkommen als Lemmy? Muss dies vor oder nach Ablauf der in d) berechneten Zeitspanne eingetreten sein? Begründe!

- 19) Ermittle von nebenstehender Folge $\langle x_n \rangle$ das Monotonieverhalten (Vermutung? Beweis!), den Grenzwert α sowie jenen Index N , ab dem alle x_n mit $n \geq N$ in der Umgebung $U(\alpha; \frac{1}{33})$ liegen. Gib ferner an, ob es sich bei $-\frac{3}{13}$ um eine untere Schranke von $\langle x_n \rangle$ handelt!

$$\langle x_n \rangle = \left\langle \frac{8n-13}{12n+11} \right\rangle$$

- 20) Ermittle von nebenstehender Folge $\langle x_n \rangle$ das Monotonieverhalten (Vermutung? Beweis!), den Grenzwert α sowie jenen Index N , ab dem alle x_n mit $n \geq N$ in der Umgebung $U(\alpha; \frac{1}{99})$ liegen. Gib ferner an, ob es sich bei $-\frac{1}{14}$ um eine obere Schranke von $\langle x_n \rangle$ handelt!

$$\langle x_n \rangle = \left\langle \frac{-16n+15}{8n+7} \right\rangle$$

- 21) Ermittle von nebenstehender Folge $\langle x_n \rangle$ das Monotonieverhalten (Vermutung? Beweis!), den Grenzwert α sowie jenen Index N , ab dem alle x_n mit $n \geq N$ in der Umgebung $U(\alpha; \frac{1}{50})$ liegen. Gib ferner an, ob es sich bei $\frac{19}{13}$ um eine obere Schranke von $\langle x_n \rangle$ handelt!

$$\langle x_n \rangle = \left\langle \frac{3n-7}{2n+1} \right\rangle$$

- 22) Ermittle von nebenstehender Folge $\langle x_n \rangle$ das Monotonieverhalten (Vermutung? Beweis!) und den Grenzwert α . Weise außerdem die rekursive Darstellung $x_{n+1} = x_n + \frac{9969}{(31n+80)(31n+111)}$ nach und berechne, ab dem wie vielen Folgenglied sich jedes Folgenglied um weniger als $\frac{1}{10000}$ vom nächsten Folgenglied unterscheidet.

$$\langle x_n \rangle = \left\langle \frac{125n+1}{31n+80} \right\rangle$$

- 23) Ermittle von nebenstehender Folge $\langle x_n \rangle$ das Monotonieverhalten (Vermutung? Beweis!) und den Grenzwert α . Weise außerdem die rekursive Darstellung $x_{n+1} = x_n - \frac{9039}{(13n+36)(13n+49)}$ nach und berechne, ab dem wie vielen Folgenglied sich jedes Folgenglied um weniger als $\frac{1}{1000}$ vom nächsten Folgenglied unterscheidet.

$$\langle x_n \rangle = \left\langle \frac{-250n+3}{13n+36} \right\rangle$$

- 24) Ermittle von nebenstehender Folge $\langle x_n \rangle$ das Monotonieverhalten (Vermutung? Beweis!) und den Grenzwert α . Weise außerdem die rekursive Darstellung $x_{n+1} = x_n + \frac{1588}{(3n+25)(3n+28)}$ nach und berechne, ab dem wie vielen Folgenglied sich jedes Folgenglied um weniger als $\frac{1}{100}$ vom nächsten Folgenglied unterscheidet.

$$\langle x_n \rangle = \left\langle \frac{64n+4}{3n+25} \right\rangle$$

- 25) Ermittle von nebenstehender Folge $\langle x_n \rangle$ das Monotonieverhalten (Vermutung? Beweis!), den Grenzwert α sowie jenen Index N , ab dem alle x_n mit $n \geq N$ in der Umgebung $U(\alpha; \frac{1}{250})$ liegen. Gib ferner an, ob es sich bei $\frac{9}{16}$ um eine obere Schranke von $\langle x_n \rangle$ handelt!

$$\langle x_n \rangle = \left\langle \frac{2n+3}{4n+5} \right\rangle$$

- 26) Ermittle von nebenstehender Folge $\langle x_n \rangle$ das Monotonieverhalten (Vermutung? Beweis!), den Grenzwert α sowie jenen Index N , ab dem alle x_n mit $n \geq N$ in der Umgebung $U(\alpha; \frac{1}{300})$ liegen. Gib ferner an, ob es sich bei $\frac{27}{40}$ um eine untere Schranke von $\langle x_n \rangle$ handelt!

$$\langle x_n \rangle = \left\langle \frac{2n+5}{3n+1} \right\rangle$$

- 27) Ermittle von nebenstehender Folge $\langle x_n \rangle$ das Monotonieverhalten (Vermutung? Beweis!), den Grenzwert α sowie jenen Index N , ab dem alle x_n mit $n \geq N$ in der Umgebung $U(\alpha; \frac{1}{220})$ liegen. Gib ferner an, ob es sich bei $-\frac{2}{3}$ um eine untere Schranke von $\langle x_n \rangle$ handelt!

$$\langle x_n \rangle = \left\langle \frac{4n-9}{5n+3} \right\rangle$$

- 28) Ermittle von nebenstehender Folge $\langle x_n \rangle$ das Monotonieverhalten (Vermutung? Beweis!), den Grenzwert α sowie jenen Index N , ab dem alle x_n mit $n \geq N$ in der Umgebung $U(\alpha; \frac{1}{495})$ liegen. Gib ferner an, ob es sich bei $\frac{1}{6}$ um eine obere Schranke von $\langle x_n \rangle$ handelt!

$$\langle x_n \rangle = \left\langle \frac{6n+11}{5n+9} \right\rangle$$

- 29) Ermittle von nebenstehender Folge $\langle x_n \rangle$ das Monotonieverhalten (Vermutung? Beweis!), den Grenzwert α sowie jenen Index N , ab dem alle x_n mit $n \geq N$ in der Umgebung $U(\alpha; \frac{1}{42})$ liegen. Gib ferner an, ob es sich bei $\frac{7}{15}$ um eine obere Schranke von $\langle x_n \rangle$ handelt!

$$\langle x_n \rangle = \left\langle \frac{7n-1}{6n+7} \right\rangle$$

- 30) Ermittle von nebenstehender Folge $\langle x_n \rangle$ das Monotonieverhalten (Vermutung? Beweis!) und den Grenzwert α . Weise außerdem die rekursive Darstellung $x_{n+1} = x_n - \frac{400890}{(445n+640)(445n+1085)}$ nach und berechne, ab dem wie vielen Folgenglied sich jedes Folgenglied um weniger als $\frac{1}{10000}$ vom nächsten Folgenglied unterscheidet.

$$\langle x_n \rangle = \left\langle \frac{-625n+2}{445n+640} \right\rangle$$

- 31) Ermittle von nebenstehender Folge $\langle x_n \rangle$ das Monotonieverhalten (Vermutung? Beweis!) und den Grenzwert α . Weise außerdem die rekursive Darstellung $x_{n+1} = x_n + \frac{3993754}{(3123n+1280)(3123n+4403)}$ nach und berechne, ab dem wie vielen Folgenglied sich jedes Folgenglied um weniger als $\frac{1}{100000}$ vom nächsten Folgenglied unterscheidet.

$$\langle x_n \rangle = \left\langle \frac{3125n+2}{3123n+1280} \right\rangle$$

- 32) Ermittle von nebenstehender Folge $\langle x_n \rangle$ das Monotonieverhalten (Vermutung? Beweis!) und den Grenzwert α . Weise außerdem die rekursive Darstellung $x_{n+1} = x_n - \frac{160252}{(63n+625)(63n+688)}$ nach und berechne, ab dem wie vielen Folgenglied sich jedes Folgenglied um weniger als $\frac{1}{10000}$ vom nächsten Folgenglied unterscheidet.

$$\langle x_n \rangle = \left\langle \frac{-256n+4}{63n+625} \right\rangle$$

- 33) Ermittle von nebenstehender Folge $\langle x_n \rangle$ das Monotonieverhalten (Vermutung? Beweis!) und den Grenzwert α . Weise außerdem die rekursive Darstellung $x_{n+1} = x_n + \frac{998050}{(1950n+1600)(1950n+3550)}$ nach und berechne, ab dem wie vielen Folgenglied sich jedes Folgenglied um weniger als $\frac{1}{1000000}$ vom nächsten Folgenglied unterscheidet.

$$\langle x_n \rangle = \left\langle \frac{625n+1}{1950n+1600} \right\rangle$$

- 34) Ermittle von nebenstehender Folge $\langle x_n \rangle$ das Monotonieverhalten (Vermutung? Beweis!) und den Grenzwert α . Weise außerdem die rekursive Darstellung $x_{n+1} = x_n - \frac{400750}{(375n+3125)(375n+3500)}$ nach und berechne, ab dem wie vielen Folgenglied sich jedes Folgenglied um weniger als $\frac{1}{100000}$ vom nächsten Folgenglied unterscheidet.

$$\langle x_n \rangle = \left\langle \frac{-128n+2}{375n+3125} \right\rangle$$

35) "DJ Ritzi" (kleine Abbildung rechts) macht im Moment leider ein niederschmetterndes Popularitätstief durch. Vor 19 Monaten zählte sein Fanclub noch 4300 Mitglieder, doch dann begannen die treuen Fans, ihm untreu zu werden, indem sie ihre Mitgliedschaft kündigten und dem exklusiven Fanclub "Be brave! Listen to Dave!" (größere Abbildung rechts!) beitraten, wodurch Moritz Fanclub heute nur mehr 379(!) Mitglieder zählt. Moritz Manager "Kubi" [Abbildung neben Aufgabe 15)!] eröffnete seinem Klienten nach einer eingehenden mathematischen Analyse der Mitgliederzahlen der letzten 19 Monate die niederschmetternde Nachricht, dass die Anzahl der Fanclub-Mitglieder exponentiell sinkt.



- Sobald die Mitgliederzahl auf 200 gesunken ist, will Moritz eine Fusion mit dem Fanclub "Be brave! Listen do Dave!" in Erwägung ziehen. In wie vielen Monaten wird das Unvermeidliche passieren?
- Um wie viel Prozent sinkt die Mitgliederzahl von Moritz Fanclub monatlich?

36) Während einer leichten Erkältung nahm Anna [auf dem Foto zusammen mit Anitas Hand beim Schulfest 2010] Aspirin zu sich, welches pro Säckchen 500mg Acetylsalicylsäure (ASS) enthält und in Annas Körper eine Halbwertszeit von 2 Stunden und 53 Minuten aufweist (d.h., dass nach Ablauf dieser Zeit 50% des Wirkstoffs ASS von Annas Körper abgebaut wurden), wobei im Folgenden stets exponentieller Zerfall vorausgesetzt wird.

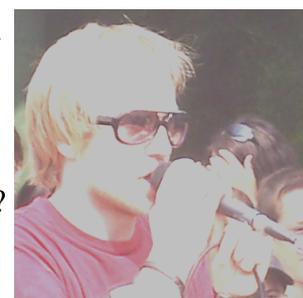


- Sobald nur mehr 9% des Wirkstoffs ASS im Körper vorhanden sind, sollte ein neues Päckchen (wie üblich in einer Flüssigkeit aufgelöst) eingenommen werden. Wann ist dies für Anna notwendig, wenn sie um 9^{59} sein erstes Päckchen eingenommen hat?
- Wie viel Prozent des Wirkstoffs ASS baut Annas Körper innerhalb von 1 Stunde und 29 Minuten jeweils ab?

37) Die begeisterte Nachwuchsmikrobiologin Ulli B. züchtet im zugehörigen Wahlpflichtfach eine äußerst rasch wachsende Bakterienkultur, welche um 16^{25} aus 1 Million Individuen besteht. Um 17^{30} ist sie bereits auf 5 Millionen Individuen angewachsen.

- Zu welchem Zeitpunkt wird Ullis Kultur aus 10 Millionen Individuen bestehen (exponentielles Wachstum vorausgesetzt!)?
- So begeistert Wahlpflichtfachleiterin Prof. "Nicht-B." über Ullis Freude an der Arbeit auch ist, so sehr möchte sie nach einem langen Schultag auch schon ab nachhause, weshalb sie exakt zu jenem Zeitpunkt, als die 10 Millionen erreicht wurden, Ullis Kultur unbemerkt eine Lösung beifügt, welche von den 10 Millionen Individuen minütlich 10,25% abbaut. Wie lange muss sie wegen Ulli noch bleiben, die ihrer Kultur so lange beistehen möchte, bis ihre Population auf 2,2 Millionen Individuen gesunken ist?

38) Prof. S. (Abbildung rechts) hört mit dem Rauchen auf, nachdem der besorgniserregende Wert von $3000\mu\text{g}$ Nikotin in seinem Blut festgestellt wurde. Es darf angenommen werden, dass der Nikotingehalt in seinem Blut dann exponentiell zerfällt. Nach 20 Tagen ergibt eine Messung eine Nikotinkonzentration von $1326\mu\text{g}$.



- Wann wird der Nikotingehalt im Blut von Prof. S. auf $19\mu\text{g}$ gesunken sein?
- Um wie viel Prozent sinkt der Nikotingehalt in seinem Blut täglich

- 39) Unter der Schülerpopulation der AHS Heustadelgasse breitet sich ein Gerücht aus [z.B. – vgl. Aufgabe 13! – könnte es lauten: "Fleißig erspartes Lukasvermögen in der Höhe von 9000 € aus Motorradhelm verschwunden! Mr. Ibuk(!) (oder Monk!?) ermittelt bereits ..."], von welchem um 8^{08} gerade einmal 20 Schüler Bescheid wissen. Um 11^{10} sind bereits 100 Schüler informiert. Wann werden 240 Schüler (also ca. $\frac{1}{4}$ der gesamten Schülerpopulation) in das Gerücht eingeweiht sein, wenn wir annehmen, dass die Anzahl der "Eingeweihten" exponentiell wächst?

- 40)  St. Scrat (Abbildung links: typischer Einwohner; Abbildung rechts: Bürgermeister ☺) zählte im Februar 1951 stolze 10000 Einwohner, im Mai 2002 waren es schon 130000.
 a) Wann kann (exponentielles Wachstum vorausgesetzt!) der Bürgermeister mit 190000 Einwohnern rechnen?
 b) Ergänze: Innerhalb von 7 Jahren und 10 Monaten wächst die Population von St. Scrat um %.



- c) Traurig, aber wahr: Gerade, als der Bürgermeister 190000 Einwohner zählen kann, beginnt eine verheerende Epidemie ihren unheilvollen Verlauf zu nehmen und löscht innerhalb eines Monats jeweils 65% der Population aus. Wann [basierend auf dem Resultat von b!)] wird (wenn kein Medikament gefunden wird) St. Scrats Einwohnerzahl auf 1000 gesunken sein?
- 41) (Inhaltliche) Fortsetzung von Aufgabe 40: Im Februar 2009 kam mit "SSP" (Scrat's survival pill, natürlich nussförmig!) endlich ein Medikament auf den Markt, welches der Epidemie ausnahmslos Einhalt bieten konnte und allen verbleibenden 23275 Einwohnern [Stimmt die Zahl? Rechne anhand deiner Resultate von Aufgabe 40) nach!] verabreicht wurde. Dieses Medikament führt dem Organismus bei der Einnahme einen wichtigen Wirkstoff namens "Scratonin" in einer Dosis von 11mg zu. Nach 23 Minuten ist die Konzentration durch den körpereigenen Abbau bereits auf 6mg gesunken.
- a) Wenn die Konzentration des Scratonins auf 1mg gesunken ist, wird der Rest sichtbar durch das Fell abgesondert und es muss unverzüglich eine neue "Nusspille" eingenommen werden (Erst danach erfolgt die Fellsäuberung!). Dem Bürgermeister (bei welchem die Absorbierung des letzten Milligramms über seine wuschelige Mähne erfolgt, weshalb hier nach der nächsten Einnahme lediglich eine Kopfwäsche vonnöten ist!) wurde um 7^{29} die erste Nusspille verabreicht. Wann muss die nächste Einnahme erfolgen (exponentieller Zerfall vorausgesetzt!)?
- b) Ergänze (für den Bürgermeister wichtig!): Innerhalb von $\frac{3}{8}$ einer Schulstunde baut der Körper% des Scratonins ab!

- 42) Die stolze Metropole *Banachbrunn* zählte im Juli 1975 bereits eine Million Einwohner. Im August 2004 konnten bereits elf Millionen Einwohner verzeichnet werden.
- a) Wann wird Banachbrunns Einwohnerzahl auf 17 Millionen angestiegen sein, wenn wir annehmen, dass die Population von Banachbrunn exponentiell wächst?
- b) Ergänze: Innerhalb von 5 Jahren und 2 Monaten wächst die Bevölkerung von Banachbrunn jeweils um %.



- 43) In *Hebeinhausen* lebten im Jänner 1974 gerade einmal 1000 Menschen. Im Februar 1996 war die Population bereits auf 7000 Einwohner angewachsen.
- a) Wann wird die Einwohnerzahl in Hebeinhausen auf 23000 angestiegen sein, wenn wir annehmen, dass die Population in Hebeinhausen exponentiell wächst?
- b) Ergänze: Innerhalb von 5 Jahren und 4 Monaten wächst die Bevölkerung von Hebeinhausen jeweils um %.



44) "Kammlkirchen", ein idyllisches Nest fern von hektischen Großstädten und damit verbundenem Stress, zählte im März 1987 gerade einmal 1000 Einwohner. Im Dezember 1999 konnten bereits 3000 Bürger gezählt werden.

- a) Wann wird die Einwohnerzahl in "Kammlkirchen" auf 7000 angestiegen sein, wenn wir annehmen, dass exponentielles Wachstum vorliegt?
- b) Ergänze: Innerhalb eines Jahres wächst die Bevölkerung von "Kammlkirchen" jeweils um %.



45) Im beschaulichen Städtchen *Zeiselmauer* lebten im Februar 2005 gerade einmal 10000 Menschen, im Oktober 2008 waren es bereits 70000 Einwohner.

- a) Wann ist mit einer Einwohnerzahl von 130000 zu rechnen, wenn wir exponentielles Wachstum voraussetzen?
- b) Um wie viel Prozent wächst die Zeieselmaurer Bevölkerung jährlich?

46) Im verschlafenen Nest *Hammyhausen* lebten im April 1998 gerade einmal 10000 Menschen, im September 2002 waren es bereits 20000 Einwohner.

- a) Wann ist mit einer Einwohnerzahl von 60000 zu rechnen, wenn wir exponentielles Wachstum voraussetzen?
- b) Um wie viel Prozent wächst die Bevölkerung von Hammyhausen jährlich?

47)

Klasse: 6D(Rg)

1. Schularbeit (zweistündig)

28. 02. 2008

Pflichtmodul PM2: Stochastik 1, Folgen und Funktionen

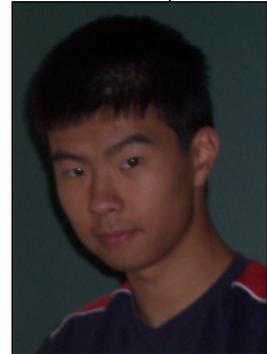
1) "AKH" steht bekanntlich für "Allgemeines Krankenhaus", doch wofür steht "AAKH"? Ganz einfach: Amir-Aziz-Karim-Hausen! ☺ [Amir: siehe Abbildung rechts, Aziz und Karim: siehe Aufgabe 2)!] Nun grassiert unter den Bürgern von "AAKH" leider eine verheerende Epidemie, welche von den anfangs 185000 Bewohnern dieser idyllischen Stadt innerhalb von 8(!) Tagen 98000 Opfer fordert und (wie empirische Daten anderer vergleichbarer Heimsuchungen dieser Epidemie belegen) die Population exponentiell dezimiert.



- a) Nach wie vielen weiteren Tagen wird die Bevölkerung von "AAKH" auf 12000 Einwohner gesunken sein?
- b) Um wie viel Prozent sinkt die Einwohnerzahl von "AAKH" täglich?

- 48) Bekanntlich hat ein Mensch bis zu 30 Billionen rote Blutkörperchen (Erythrozyten), jedoch "nur" ca. 50 Milliarden weiße Blutkörperchen (Leukozyten; diese machen übrigens – was Phil aus der 7C interessieren mag! – 0,07% vom gesamten Blutvolumen aus!). Ein starkes Defizit an Erythrozyten kann verheerende Konsequenzen auf den Gesundheitszustand haben.

Nach einem gemeinen nächtlichen hinterhältigen Angriff verfügt Agent "00φλ" (siehe Abbildung rechts) nur mehr über 2(!) Billionen Erythrozyten, wie um 6⁰⁰ im *emergency room* festgestellt wird. Nach sofortiger Verabreichung von Blutkonserven und Infusionen ist unser Agent um 20³⁵ soweit über den Berg und kann schon wieder 22 Billionen Erythrozyten sein Eigentum nennen.



- a) Zu welchem Zeitpunkt wird Agent "00φλ" unter Voraussetzung exponentiellen Wachstums 28 Billionen Erythrozyten in sich haben?
- b) Um wie viel Prozent nahm die Anzahl der Erythrozyten während der Medikation des Agentenpatienten innerhalb jedes 51minütigen Intervalls zu?
- 49) Bei Agent James Bind(er) – siehe Abbildung rechts! – liegt die Sache aufgrund einer unterschiedlichen körperlichen Konstitution als jener von Agent "00φλ" (siehe Abbildung rechts) aus Aufgabe 48) gänzlich anders. Nachdem auch er Opfer eines gemein- und lebensgefährlichen Angriffs wurde, wird auch er in den *emergency room* gemacht, wo ebenso nur mehr 2 Billionen Erythrozyten festgestellt werden können, und zwar auch exakt um 6⁰⁰. Nach Einschätzung höchst kompetenter Agentenmedizin kommt Agent "James Bind" nur dann durch, wenn er bis Mitternacht über ausreichend Erythrozyten verfügt. Um 24⁰⁰ schließlich werden 26 Billionen Erythrozyten gezählt und die Gefahr gebannt.



- a) Sobald James Bind wieder seine kompletten notwendigen 30 Billionen Erythrozyten beisammen hat, wird er wach und nimmt telefonisch Kontakt mit Agent "00φλ" auf. Wann wird bei "00φλ" das Telefon läuten?
- b) Ergänze: Innerhalb jedes 32 Minuten und 24 Sekunden langen Zeitintervalls nahm zwischen 6⁰⁰ und 24⁰⁰ James Binds Erythrozytenanzahl um% zu!

- 50) Aufbruchstimmung in Banachbrunn [vgl. Aufgabe 42)!]: Zählte die stolze Metropole im August 2004 bereits 11 Mio. Einwohner, ging es danach wegen Abwanderung zahlreicher Bürger ins noch modernere *Mount Martin* mit der Einwohnerzahl schnell bergab, und zwar wiederum exponentiell. Im Mai 2006 zählte Banachbrunn nur mehr 220 000 Einwohner.

- a) Um wie viel Prozent sinkt die Bevölkerungszahl von Banachbrunn monatlich?
- b) Wann lebten in Banachbrunn nur mehr 319 000 Personen?

- 51) Auch in Kammlkirchen [vgl. Aufgabe 44)!] herrscht rege Aufbruchstimmung: Zählte das idyllische Nest im Oktober 2009 bereits stolze 7000 Einwohner, ging es danach wegen Abwanderung zahlreicher Bürger ins aufregendere *New Nor(a)k* mit der Einwohnerzahl schnell bergab, und zwar wiederum exponentiell. Im Dezember 2010 zählte Kammlkirchen nur mehr 435 Einwohner.

- a) Um wie viel Prozent sinkt die Bevölkerungszahl von Kammlkirchen monatlich?
- b) Wann lebten in Kammlkirchen nur mehr 1745 Personen?

52) **Schularbeitsbeispiel der 6C(Rg) vom Mi, den 07. März 2007, Gruppe A:**

Die Bakterienart "Escherichia tommy" bewirkt starkes mehrmals hintereinander auftretendes Niesen. Normalerweise hat ein Tommy (Musterexemplar siehe Abbildung rechts!) 10000 dieser Bakterien in sich. Ist er verkühlt, so vermehren sich die Bakterien exponentiell, bis ihm das Medikament "Tommy-Terminator" verabreicht wird. Bis 8^{15} in der Früh hatte Tommy wie gewöhnlich 10000 der Bakterien in sich, dann begannen sie (wie man während des Unterrichts deutlich hören konnte) sich zu vermehren. Um 10^{01} konnte Benny mit dem "Tommystat" bereits 20000 Bakterien messen. Ab der dreifachen Menge wird es kritisch und Tommy muss seine Medizin bekommen.



- Wann wird dieser kritische Zeitpunkt erreicht sein?
- Nachdem Tommy gerade noch rechtzeitig zum kritischen Zeitpunkt sein Medikament bekommen hat, setzt dessen qualitative Wirkung ein, welche quantitativ betrachtet jede Minute 9,5% der vorhandenen Bakterien abbaut. Zu welchem Zeitpunkt ist die Bakterienanzahl in Tommy wieder auf 10000 gesunken?

53) **Schularbeitsbeispiel der 6C(Rg) vom Mi, den 07. März 2007, Gruppe B:**

Die Bakterienart "Escherichia tommy" bewirkt starkes mehrmals hintereinander auftretendes Niesen. Normalerweise hat ein Tommy (Musterexemplar siehe Abbildung rechts!) 10000 dieser Bakterien in sich. Ist er verkühlt, so vermehren sich die Bakterien exponentiell, bis ihm das Medikament "Tommy-Terminator" verabreicht wird. Bis 7^{50} in der Früh hatte Tommy wie gewöhnlich 10000 der Bakterien in sich, dann begannen sie (wie man während des Unterrichts deutlich hören konnte) sich zu vermehren. Um 11^{15} konnte Benny mit dem "Tommystat" bereits 20000 Bakterien messen. Ab der fünffachen Menge wird es kritisch und Tommy muss seine Medizin bekommen.



- Wann wird dieser kritische Zeitpunkt erreicht sein?
- Nachdem Tommy gerade noch rechtzeitig zum kritischen Zeitpunkt sein Medikament bekommen hat, setzt dessen qualitative Wirkung ein, welche quantitativ betrachtet jede Minute 1,3% der vorhandenen Bakterien abbaut. Zu welchem Zeitpunkt ist die Bakterienanzahl in Tommy wieder auf 10000 gesunken?

54) Denise (Abbildung rechts) nimmt an einem psychologischen Experiment zur Gedächtnisleistung (genauer: zum sogenannten mechanischen Lernen, Näheres dazu ggf. im Unterrichtsgegenstand "Psychologie und Philosophie" in der 7. Klasse!) teil und lernt dort sinnloses Material auswendig (was ihr die Möglichkeit nimmt, Zusammenhänge zu bereits vorhandenem Wissen herzustellen und somit wirklich nur die reine Gedächtnisleistung misst). Nach einem Gesetz von Hermann EBBINGHAUS (Näheres dazu ggf. ebenso im Unterrichtsgegenstand "Psychologie und Philosophie" in der 7. Klasse!) nimmt die Anzahl der behaltenen Wörter unmittelbar nach Abschluss des (sinnlosen!) "Paukens" exponentiell mit einer Halbwertszeit [vgl. Aufgabe 36)!] von 30 Minuten ab.



- Wann wird Denise noch 63% des gelernten Materials reproduzieren können, wenn sie den Lernprozess um 8^{41} abgeschlossen hat?
- Wie viel % des gelernten Materials könnte sie um 12^{00} noch reproduzieren?

55) Inhaltliche Fortsetzung von Aufgabe 54):

Nachdem Denise durch die Teilnahme an einem psychologischen Experiment zur mechanischen Gedächtnisleistung gar nicht einmal wenig Geld verdient hat, entschließt sich nun auch Christine (vgl. Abbildung rechts), sich der Wissenschaft zur Verfügung zu stellen.

Eigentlich braucht sie noch Geld für ein Geburtstagsgeschenk für Shorty ... ☺

Aus diesem Grund [weil sie zwischendurch immer wieder an Shorty(s Geschenk!) denkt]

liefert sie eine dementsprechend unterdurchschnittliche mechanische Gedächtnisleistung, was in Zahlen bedeutet:

Während Denise 121 Minuten nach Abschluss des Lernprozesses noch über 6% des Lernmaterials reproduzieren konnte (Prüfe dies nach!), beherrschte Christine gerade einmal 5% des zuvor Gelernten .



- Wie viele Minuten beträgt daher "Christines (durch Shorty verkürzte!) Halbwertszeit"?
- Nach 22 Minuten konnte (Prüfe dies nach!) Denise noch über 60% reproduzieren. Wie viel % sind es bei Christine?
- Wann sind bei Christine nur noch 1% des Gelernten vorhanden?

56) Kollerkirchen stirbt leise ... L

Jahr für Jahr verliert Kollerkirchen zahlreiche Einwohner, welche ins modernere St. Sonja übersiedeln.

Zählte Kollerkirchen vor 26 Jahren noch stolze 100000 Bürger, so be-



wohnen heute nur mehr 77000 Menschen das idyllische Kollerkirchen. Es besteht berechtigter (Bürgermeister^{in(!)} S. Koller – siehe Abbildung! – war in der Schule immer gut in Mathe ...)

Grund zur Annahme, dass die Population exponentiell sinkt, was im Folgenden zu beachten ist:

- Um wie viel Prozent nimmt die Kollerkirchener Bevölkerung jährlich ab?
- In wie vielen Jahren wird Kollerkirchen auf 26000 Einwohner reduziert sein? Wird dies die werte Bürgermeister^{in(!)} wohl noch erleben?

57) "Joe" (Abbildung rechts!) fährt mit dem Rad bergauf. Für den ersten Kilometer braucht er drei Minuten, für jeden weiteren braucht er wegen Ermüdung um eine Minute länger. Nach $1\frac{1}{4}$ Stunden ist er am Ziel angelangt. Wie lang war die Strecke und wie hoch war seine Durchschnittsgeschwindigkeit in der ersten bzw. letzten Minute bzw. während der gesamten Fahrt?



58) Fortsetzung der Aufgaben 14) und 16), Flos Variante:

Er nimmt sich für die elf Tage vom 27. Dezember bis zum 6. Jänner zunächst einen Aufgabenblock von 121 Aufgaben vor, den er wie folgt zu bearbeiten gedenkt: Am ersten Tag lässig mit einer Aufgabe beginnen und dann an jedem der folgenden Tage zwei Aufgaben mehr als am Tag zuvor.

- Geht sich das so auch wirklich aus?
- Am Ende von "dayX" ist Flos Enthusiasmus leider dahin und er löst an jedem darauf folgenden Tag drei Aufgaben weniger als am Tag zuvor, wodurch er letztendlich nur 71 der 121 Aufgaben löst. Wann war "day X"?

