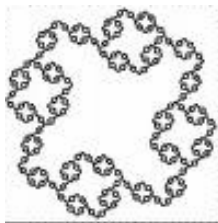
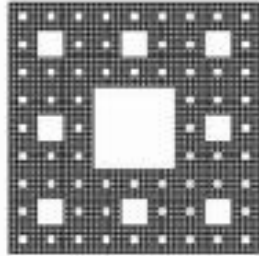
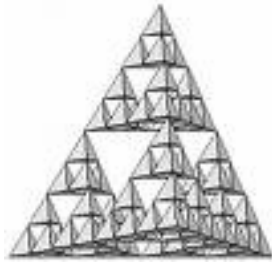
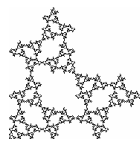
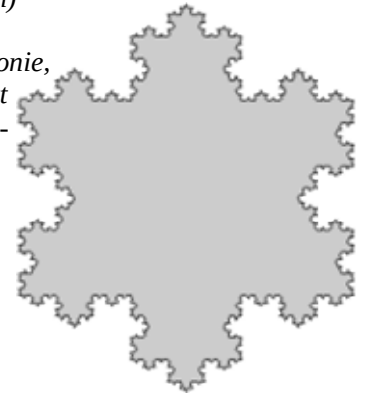
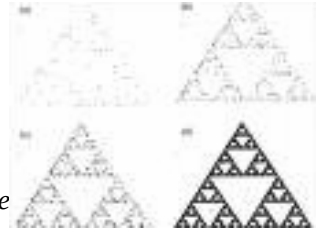


Übungsbeispiele für die 3. Schularbeit (zweistündig)

(6A, Gymnasium, 2010/11)

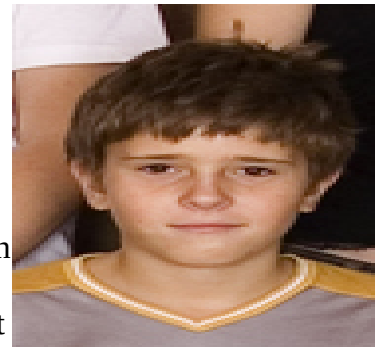


Diese Beispiele sollen durch jene für die beiden Kapitel "Folgen und Reihen" sowie "Logarithmen und exponentielle Wachstums- bzw. Zerfallsprozesse" (teils auch untereinander vernetzt!) relevanten Grundaufgaben [explizite und rekursive Darstellung von Folgen, Zusammenhang zwischen einer Folge und der zugehörigen Reihe (Folge der Partialsummen), arithmetische und geometrische Folgen und Reihen (insbesondere Summenformeln) in inner- (Geometrie!) und außermathematischen (insbesondere Geldwesen!) Anwendungsbereichen, Monotonie, Beschränktheit und Konvergenz von Folgen, Grenzwert und ε -Umgebung, Logarithmen (grundlegende Definition und Eigenschaften) und deren Anwendung auf das Lösen von Exponentialgleichungen sowie dem Untersuchen von exponentiellen Wachstums- bzw. Zerfallsprozessen] führen, die du bei der dritten Schularbeit **in jedem Fall** unter Beweis stellen wirst müssen.

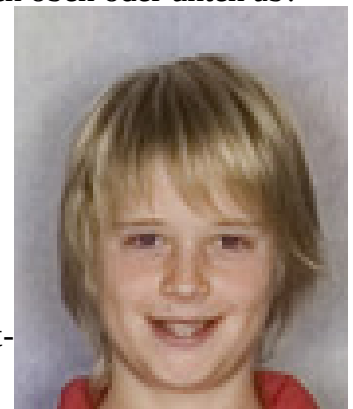


ACHTUNG! Ein bloßes "Auswendiglernen" der Beispiele ist sicher keine ausreichende Vorbereitung, da du deine erworbenen Kenntnisse bei der Schularbeit auf Problemstellungen anzuwenden hast, die zwar nicht gänzlich neuartig, aber zum Teil in der Form wie bei der Schularbeit gestellt in dieser Aufgabensammlung nicht enthalten sind! Ein eigenständiges Lösen dieser Aufgaben (bis auf jene, die wir in diversen Schulübungen gemeinsam bearbeiten werden) ist eine absolute Notwendigkeit für ein angemessenes Übungsprogramm!

- 1) Lukas (siehe Abbildung rechts!) hat eine reiche Frau geheiratet und arbeitet deshalb nur auf Teilzeit. Im ersten Jahr "verdient" er 7000 € netto und darf sich in jedem kommenden Jahr auf eine 7%ige Gehaltserhöhung freuen. Nach wie vielen Jahren Arbeit wird Lukas (theoretisch) ziemlich genau den Gesamtbeitrag von 2 Millionen € verdient haben und um wie viel € weicht der tatsächlich verdiente Gesamtbetrag von den 2 Millionen € nach oben oder unten ab?

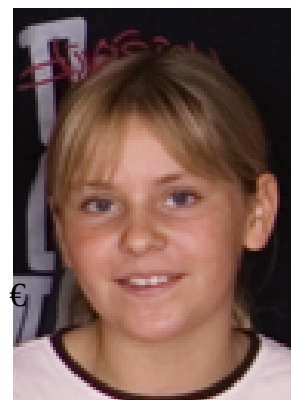


- 2) Moritz heiratet nicht (all zu!) reich und kann sich in seinem ersten Arbeitsjahr über ein Nettoeinkommen von 24000 € freuen, welches sich überdies jährlich um 14% erhöht. Nach wie vielen Jahren harter Arbeit wird der unter diesen (leider nicht all zu realistischen) Umständen äußerst gut verdienende Moritz ein Gesamteinkommen von 5 Millionen € aufweisen und um wie viel € unterscheidet sich das tatsächlich verdiente Gesamteinkommen (nach oben oder unten) von den 5 Millionen €?



- 3) Aufgabe über Koordinaten-Kubis Einkommen (Zettel "Einstieg Nr. 3 zu"!)

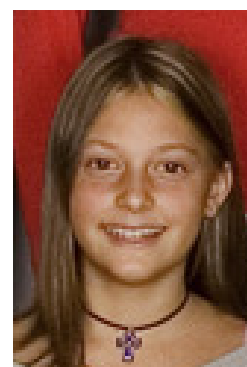
- 4) Ulli (siehe Abbildung rechts!) denkt schon in der Früh ans Sparen und legt deshalb zu ihrem 27. Geburtstag erstmals 4000 € auf ihr Sparbuch, für welches sie zusammen mit der charmant grinsenden Denise (eine Abbildung weiter unten links!) bei ihrer Betreuerin in der Bank einen Zinssatz von 12(!)% p.a. aushandelt. Nach wie vielen "Sparjahren" (bei einer jährlichen Einlage von je 4000 €) verfügt sie ziemlich genau über jene 100000 €, die sie zusammen mit Denise in den (überüber...)nächsten 007-Film investieren möchte? Um wie viel € unterscheidet sich das tatsächliche Gesamtkapital von den 100000 €?



- 5) Denise (siehe Abbildung links!) will wie Ulli ins Filmgeschäft investieren und legt dazu schon seit ihrem 15.(!) Geburtstag jährlich 9500 € auf ein Sparbuch, für das sie mit ihrem damals noch nicht so ausgereiften Charme (im Beisein ihrer Eltern) nur einen Zinssatz von $10\frac{2}{3}\%$ p.a. herauschlagen konnte. Wie viele Jahre des Sparens sind erforderlich, damit sie ziemlich genau über jene 750000 € verfügt, die sie ebenso wie Ulli in den (überüber...)nächsten 007-Film investieren möchte und um wie viel € unterscheidet sich das ihr zur Verfügung stehende Kapital genau von 750000 €?



- 6) Für "Lemmy" (Abbildung rechts!) – wenn auch momentan in Frankreich, was Hammy schmerzlich zur Kenntnis nimmt – nehmen wir für diese Aufgabe einfach einmal an, dass sie zu ihrem 18. Geburtstag bereits so liquid ist, um 6500 € auf ein Sparbuch mit einem mühsam ausgehandelten Zinssatz von $9\frac{1}{3}\%$ p.a. zu legen und dies auch in den folgenden Jahren im regelmäßigen Abstand von einem Jahr und der festen Einlage von 6500 € machen wird, und zwar so lange, bis sie sich auf diese Weise 140000 € erspart haben wird. Nach wie vielen Jahren "Sparzeit" wird es für "Lemmy" so weit sein und um wie viel € unterscheidet sich ihr Kapital dann von 140000€?



- 7) Hammy (Abbildung rechts!) muss wegen zeitintensiver äußerst verschiedenartiger Studien (Jus, Mathematik, ...) bis zu ihrem 35. Geburtstag zuwarten, ehe sie damit beginnen kann, in regelmäßigen einjährigen Abständen jeweils 7500 € auf ein Sparbuch mit einem vereinbarten Zinssatz von $6\frac{2}{3}\%$ p.a. zu legen. Wie alt wird Hammy sein, wenn sie sich ziemlich genau 170000 € angespart haben wird und um wie viel € unterscheidet sich dieser tatsächlich angesparte Betrag dann genau von 170000 €?



- 8) Caroline (Abbildung rechts!) will sich noch vor ihrem 50. Geburtstag mit $\frac{1}{4}$ Million € in einem Steuerparadies zur Ruhe setzen und zahlt deshalb von ihrem 22. Geburtstag an jährlich 8500 € auf ein Sparbuch, für welches sie zwar nur einen Zinssatz von $2\frac{2}{3}\%$ p.a. aushandeln kann, was aber immer noch besser ist als gar keine Zinsen. Wie alt wird Caroline sein, bis sie ziemlich genau ihre Viertel Million € angespart haben wird und um wie viel € unterscheidet sich ihr angespartes Kapital dann exakt von $\frac{1}{4}$ Million €?



- 9) a) Daniel (siehe Abbildung rechts!) verdiente in seinem ersten Arbeitsjahr (welches er mit seinem 15. Geburtstag begann) 22000 € netto. Sein Jahresgehalt ist in jedem Jahr um 5% höher als im Jahr zuvor. Zu welchem Geburtstag von Daniel beträgt (theoretisch! – all dies ist nicht unbedingt in höchstem Maße realistisch) sein bisher verdientes Gesamteinkommen ziemlich genau 6 Millionen €? Um wie viel € liegt dieses Gesamteinkommen knapp unter bzw. über 6 Millionen €?



- b) Nach einigen Jahren Arbeit und einer entsprechenden Gehaltstufe entschließt sich Daniel, jährlich 3500 € in eine Sparanlage mit einem Zinssatz von $6\frac{2}{3}\%$ p.a. einzuzahlen. Wie viele Jahre muss er auf diese Weise sparen, um am Ende ziemlich genau 25000 € herauszubekommen? Um wie viel € liegt sein Guthaben dann knapp unter bzw. über 25000 €?

- 10) a) Dominik (siehe Abbildung rechts!) verdiente in seinem ersten Arbeitsjahr (welches er mit seinem 16. Geburtstag begann) 26000 € netto. Sein Jahresgehalt ist in jedem Jahr um 4% höher als im Jahr zuvor. Zu welchem Geburtstag von Dominik beträgt (theoretisch! – all dies ist nicht unbedingt in höchstem Maße realistisch) sein bisher verdientes Gesamteinkommen ziemlich genau 3 Millionen €? Um wie viel € liegt dieses Gesamteinkommen knapp unter bzw. über 3 Millionen €?



- b) Nach einigen Jahren Arbeit und einer entsprechenden Gehaltstufe entschließt sich Dominik, jährlich 1500 € in eine Sparanlage mit einem Zinssatz von $9\frac{1}{3}\%$ p.a. einzuzahlen. Wie viele Jahre muss er auf diese Weise sparen, um am Ende ziemlich genau 60000 € herauszubekommen? Um wie viel € liegt sein Guthaben dann knapp unter bzw. über 60000 €?

- 11) Ina (Abbildung rechts!) tritt zu ihrem 25. Geburtstag einen Job an, welcher ihr bei harter Arbeit (deshalb der strenge, wenn auch charmante Look! J) ein jährliches Nettoeinkommen von 30000 € und einer jährlichen Gehaltserhöhung von 12(!)% (Wünschen darf man es ihr ja! ☺) beschert. Wie alt wird Ina sein, wenn ihr Gesamteinkommen ziemlich genau 4 Millionen € beträgt und um wie viel € unterscheidet sich ihr tatsächliches Gesamteinkommen dann von 4 Millionen €?



- 12) Anna (Abbildung rechts) verdient im ersten Jahr 28000€. Jedes Jahr steigt ihr Gehalt um 1000€. Nach wie vielen Jahren hat sie die Gesamtverdienstsumme von einer Million € erreicht?



- 13) Nicht sehr real, aber egal! ☺



Seit Lukas (linke Abbildung links) das Gymnasium besucht (September 2005), bekommt er immer zu Beginn des Monats Taschengeld. Nehmen wir an, dass er zu Beginn 11€ bekam und dann jeden Monat 2€ Taschengelderhöhung erhalten hat. Ferner wollen wir glauben (Immerhin haben wir auch alle einmal ans Christkind geglaubt!), dass er nie auch nur einen Cent davon angerührt hat {Wozu hat man Freund(inn)e(n) wie Caroline (Raucherhof!), Chief Simunek & co, die einen einladen}, sondern es immer in einem Motorradrucksack(!) versteckt (Hoffentlich gut!). Eines Tages lange nach Anbruch eines Monats finden Caroline, Chief Simunek & co in diesem Rucksack 9000(!)€. Welchen Monat haben wir?