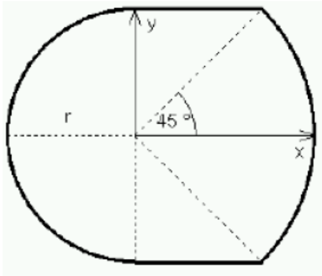
125) Nebenstehende Figur zeigt den Achsenschnitt jenes Drehkörpers, welcher bei Rotation der abgebildeten Figur um die x-Achse entsteht, wobei r=132 gilt. Berechne die Koordinaten des Körperschwerpunkts!

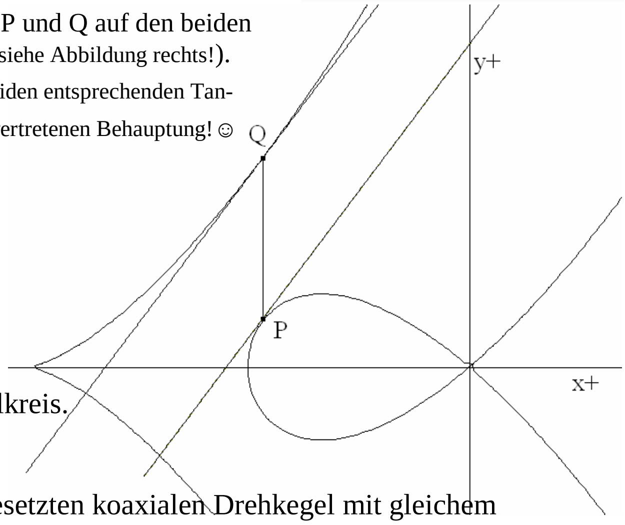


126) a) Beweise, dass die Kurven $k_1[k_1\colon y^2=(x+30)^3]$ und $k_2[k_2\colon y^2=x^2\cdot(x+15)]$ keine gemeinsamen Punkte haben.

b) k_1 begrenzt mit der y-Achse ein Flächenstück. Ebenso begrenzt die Schleife von k_2 ein Flächenstück. Zeige, dass die Schwerpunkte dieser Flächenstücke zusammenfallen!

c) Berechne die Koordinaten jener übereinander liegender Punkte P und Q auf den beiden Kurven, in denen die Tangenten zueinander parallel verlaufen (siehe Abbildung rechts!).

d) Roli argumentiert (siehe Abbildung unten), dass der Parallelabstand der beiden entsprechenden Tangenten $\frac{145}{18}$ beträgt. Nimm Stellung zu seiner mit viel Gestik und Mimik vertretenen Behauptung! ☺

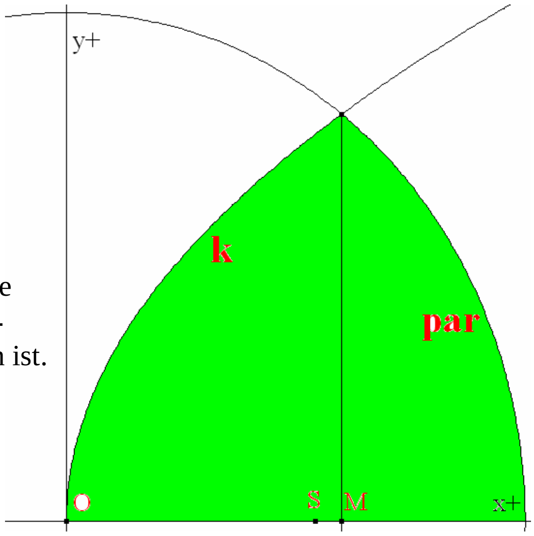


127) Beweise: Der Schwerpunkt einer Zone eines einschaligen Drehhyperboloids, dessen Basiskreis der Kehlkreis des Hyperboloids ist, liegt stets höher als ½, aber niedriger als ¾ der Körperhöhe über dem Kehlkreis.

128) Ein Drehkörper besteht aus einer Halbkugel und einem aufgesetzten koaxialen Drehkegel mit gleichem Basiskreis und gleichem Volumen. Ermittle die Lage des Schwerpunkts dieses Drehkörpers und beschreibe sie auch in Worten (unabhängig von "deinem Koordinatensystem"). Erläutere ferner, wie und warum man diese Aufgabe auch einfach mit dem Hebelgesetz und weniger Integralrechnung lösen kann!

129) Ali und Manu üben für die Matura, als Realisten natürlich auch das Kapitel "Schwerpunktberechnungen mittels bestimmtem Integral". Für die x-Koordinate ξ des Schwerpunkts S(ξ|η) des Normalbereichs unter der Kurve mit der Gleichung $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$ über dem Intervall erhält Ali das Ergebnis $\xi=\frac{1}{2}\cdot\left(t+\sqrt{t}+1\right)$, Manu hingegen kommt auf das Resultat $\xi=\frac{1}{3}\cdot\left(t+\sqrt{t}+1\right)$. Wer (wenn überhaupt einer der beiden!) hat Recht?

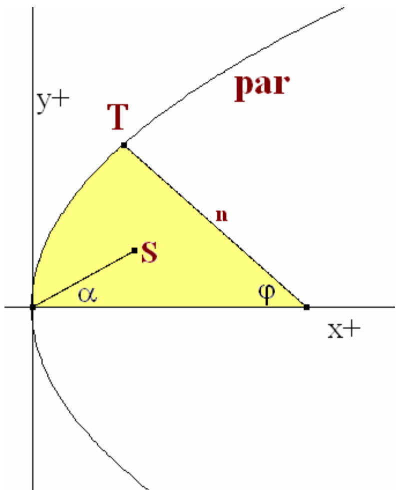
130) Die Parabel par[par: $y^2=16x$] und der Kreis k[k: $x^2+y^2=225$] begrenzen (vgl. Abbildung rechts!) ein Flächenstück, welches bei Rotation um die x-Achse einen Drehkörper mit dem Schwerpunkt S erzeugt. Zeige, dass dann (vgl. Abbildung!) $\overline{OS}:\overline{SM}=28:3$ gilt!



131) Durch P(7|224) verläuft genau eine Parabel in erster Hauptlage sowie eine NEILsche Kurve ν[ν: $y^2=ax^3$], welche miteinander ein Flächenstück begrenzen, von dem die Lage des Schwerpunkts S zu ermitteln ist.

132) Durch Rotation des Bogens einer Parabel in erster Hauptlage mit dem Scheitel als einen Endpunkt des Bogens um die $x-$Achse ist eine Drehparaboloidkalotte mit dem Volumen $V=450\pi$ und dem Körperschwerpunkt $S(10|0|0)$ entstanden. Berechne das Oberflächenmaß dieser Drehparaboloidkalotte.

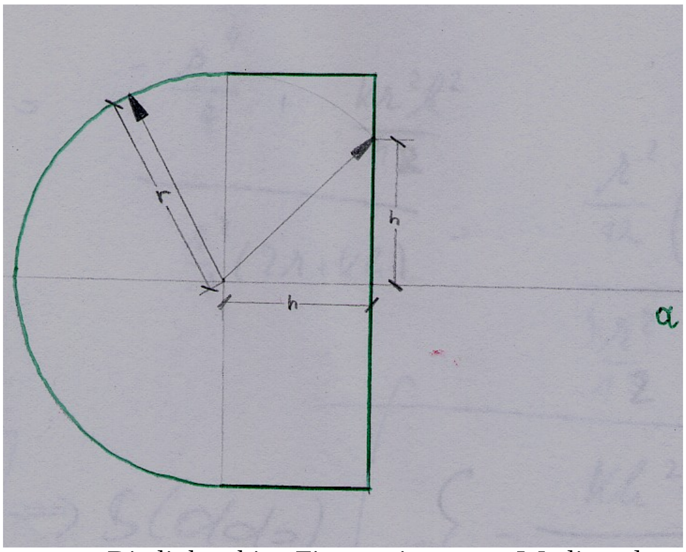
133) In nebenstehender Abbildung sei $\varphi=45°$. Bezeichnet S den Schwerpunkt des gefärbten Gebiets, so ist α zu berechnen, wobei wahlweise mit einem allgemeinen Parabelparameter p oder mit jener konkreten Parabel gerechnet werden kann, welche durch den Punkt (8|40) verläuft.

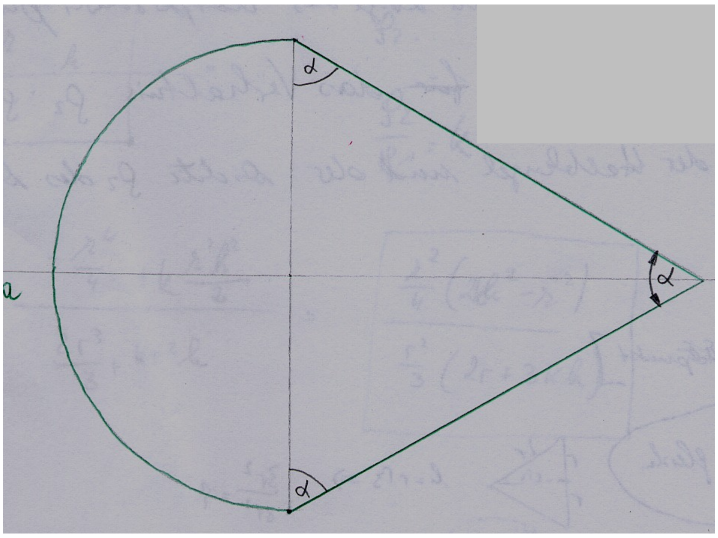


134) Es seien $S_1(x_1|y_1)$ und $S_2(x_2|y_2)$ zwei Punkte einer Parabel in erster Hauptlage mit dem Parameter p. Dann gelten für die Koordinaten des Schwerpunktes $S(\xi|\eta)$ des von der Parabelsehne S_1S_2 und der Parabel umrandeten Gebietes die Formeln

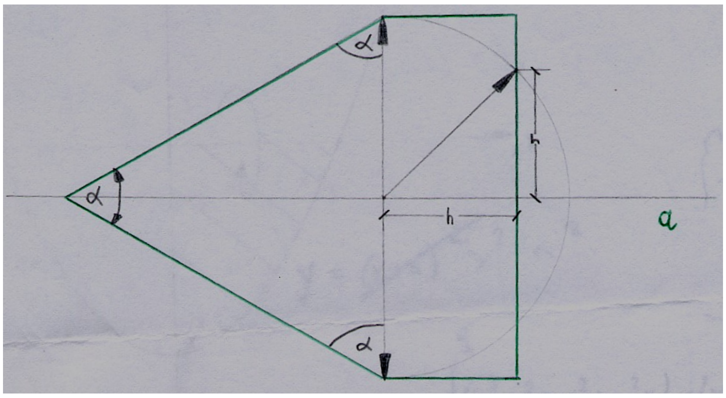
$$\xi=\frac{2}{5}\cdot(x_1+x_2)+\frac{y_1y_2}{10p}\quad\text{und}\quad\eta=\frac{y_1+y_2}{2}.$$

Beweis oder Verifikation für $S_1(x_1|10)$ und $S_2(40|20)$!





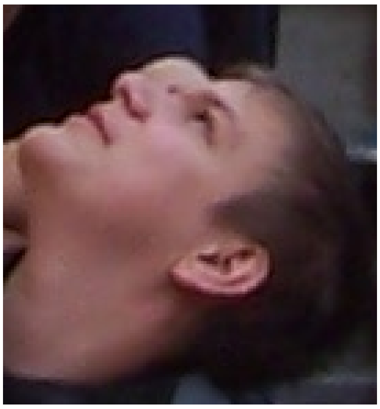
135) Die linke obige Figur rotiert um a. Wo liegt der Schwerpunkt des dabei entstehenden Drehkörpers?



136) Die rechte obige Figur rotiert um a. Wo liegt der Schwerpunkt des dabei entstehenden Drehkörpers?

137) Die rechte untere Figur rotiert um a. Wo liegt der Schwerpunkt des dabei entstehenden Drehkörpers?

138) Von einer Kugelzone (welche den Mittelpunkt der Kugel nicht enthält) der Höhe 1 mit dem Basiskreisradius $r_1 = 3$ und dem Deckkreisradius $r_1 = 4$ ist die Lage des Körperschwerpunkts S zu bestimmen und "Sheriff Bob Ollinger"s (siehe Abbildung rechts bzw. http://www.imdb.com/character/ch0096281/) Behauptung zu überprüfen, derzufolge S die Körperhöhe im Verhältnis 5:6 teilt!



139) Durch den Punkt B(5|10) geht genau eine Parabel in erster Hauptlage, welche mit der Gerade g durch A(0|0) und B ein Segment begrenzt.
(a) Berechne die Koordinaten des Schwerpunkts S dieses Segments.
(b) Ermittle die Koordinaten des Eckpunkts C jenes Dreiecks ΔABC, welches S als Schwerpunkt besitzt. Liegt C "innerhalb" der Parabel?

140) Der Graph einer Polynomfunktion vierten Grades f weist im Ursprung einen Flachpunkt auf und schließt mit der x-Achse ein Flächenstück mit dem Schwerpunkt S(5|–5) ein. Ermittle die Funktionsgleichung von f!

141) Jene steigende Tangente t der Parabel par [par: $y^2 = 80x$], welche die Scheiteltangente t_S von par unter 45° schneidet, begrenzt mit par und t_S ein Gebiet ***G***. Die Parallele zur Parabelachse durch den Schnittpunkt Q von t und t_S schneidet par im Punkt R.

Überprüfe anhand des konkreten Beispiels die Gültigkeit der folgenden Sätze (und wage durchaus auch den Versuch, die Sätze zu beweisen!):

SATZ 1. ***G*** wird durch QR in zwei gleich große Teile geteilt.

SATZ 2. Der Schwerpunkt S von ***G*** liegt auf der Strecke QR derart, sodass $\overline{QS} : \overline{SR} = 4 : 1$ gilt.

Lösungen der Aufgaben zu §6 (Schwerpunktberechnungen)

116) 3:2, wobei S vom Scheitel weiter entfernt ist als vom Mittelpunkt der Basis

117) 2:1, wobei S vom Scheitel weiter entfernt ist als vom Mittelpunkt des Basiskreises

119) z=8

120) … <u>harmonische</u> ...

121) n=8

123) 4:1

124) S liegt im Kugelzonenteil, und zwar 1cm vom Kugelmittelpunkt entfernt dem Mittelpunkt des Kegelbasiskreises zugewandt.

125) ziemlich genau S(35|0|0)

126) b) $S_{\text{links}}\left(-\frac{60}{7}\middle|0\right)$, c) P(–14|15), P(–14|64), d) Exakter Parallelabstand: $\frac{49}{\sqrt{37}} = 8{,}05555037...$

Rolis Wert im Vergleich: $\frac{145}{18} = 8{,}05555555... = 8{,}0\dot{5}$

128) Der Schwerpunkt liegt im Kegel, und zwar ein Achtel der Kegelhöhe über der Basiskreisträgerebene

129) Manu hat Recht, Ali irrt!

131) S(3|105)

132) par.: $y^2 = 4x$, O=228π

133) $T\left(\frac{p}{2}\middle|p\right)$, $S\left(\frac{14p}{25}\middle|\frac{7p}{20}\right)$, φ=32°

134) S(24|15)

135) Kugelmittelpunkt

136) Kugelmittelpunkt

137) Mittelpunkt des gemeinsamen Basiskreises

138) "Sheriff Bob Ollinger" hat ungenau gearbeitet, da das exakte Verhältnis 69:83 beträgt.

139) a) S(2|5), b) C(1|4) liegt außerhalb des von der Parabel begrenzten nach rechts offenen Bereichs!

140) $y = f(x) = \frac{1}{243} \cdot x^4 - 3x$

141) T(20|40), t:x+y=60, Q(0|20), R(5|20), S(4|20)