

Übungen für die 1. Schularbeit (zweistündig)*Stochastik 2, Teil 2: Die Normalverteilung (§4)**Aufgaben 1 bis 4*

1. Die Massen einer Apfelsorte seien normalverteilt, wobei $\mu = 200\text{g}$ und $\sigma = 50\text{g}$ gelte. Äpfel, die weniger als 150g wiegen, werden als "zu klein" nicht als Speiseobst akzeptiert. Die verbleibenden Äpfel werden derart in die Kategorien "Standard" und "Jumbo" unterteilt, dass beide Anteile gleich groß sind. Berechne die sich daraus ergebende Masse für die Grenze zwischen Standard- und Jumbo-Äpfeln!
[Lösung: 210g]
2.

Der Einfluss einer entschlossenen Minorität gegenüber einer uninteressierten Majorität unter stochastischem Blickwinkel!
--

4000 von insgesamt 5,22 Millionen bei einer Volksabstimmung wahlberechtigten Österreichern haben die feste Absicht, mit "Ja!" zu stimmen, wohingegen alle verbleibenden (Und das sind eine ganz schön große Menge von Personen!) Wahlberechtigten dem in Rede stehenden Thema derart gleichgültig gegenüberstehen, dass jede/r Einzelne von ihnen ganz einfach zufällig abstimmt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat diese Volksabstimmung das Ergebnis "Ja!" (einfache Mehrheit genügt)?
[Lösung: 96(!)%]
3. Nach der Qualitätsklassenverordnung für Eier (BGBI. 76/1970, § 17) müssen die "Gewichte" von Hühnereiern der Gewichtsgruppe 2 zwischen 65 und 70 Gramm liegen. Die "Gewichte" von Eiern der Gewichtsgruppe 2 der "MLE" (Media Large Eggs) sind annähernd normalverteilt mit $\mu = 66,8\text{g}$ und $\sigma = 1,25\text{g}$. Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt ein "MLE" im gesetzlichen Bereich und was bedeutet dies im Schnitt für eine Zwölferpackung?
[Lösung: 92%, daher im Schnitt ... (selbst!) "kriminelle/s Ei/er" pro Packung!]
4. Eine Umfrage hat ergeben, dass das monatliche Taschengeld der Schüler einer Schule näherungsweise normalverteilt ist mit $\mu = 77$ Euro und $\sigma = 20$ Euro.
 - (a) Wie viel % der Schüler erhalten zwischen 20 Euro und 94 Euro Taschengeld?
[Lösung: 80%]
 - (b) Tussi, die Tochter der durchaus wohlhabenden Tussinellas gibt eine exklusive Party, kann aus Kapazitätsgründen aber "nur" 77% der Schüler einladen. Da sie weder zu arme Schlucker, noch zu reiche (Tussi-Ego!) Kollegen bei ihrer Party sehen möchte, aber zumindest noch den (aus ihrer Sicht) armen ("nur" 60 Euro Taschengeld!), aber für sie interessanten Kev-Boy [because often home alone! ;-)] mit auf der Gästeliste haben möchte, beauftragt sie ihr (im Gegensatz zu ihr selbst!) stochastisch gebildetes Party-Komitee, in diesem Sinne die obere Grenze für das monatliche Taschengeld eines Partygastes festzulegen. Wie hoch darf demnach das Taschengeld höchstens sein, um eine Einladung zu Tussi Tussinellas Party zu bekommen?
[Lösung: 114 Euro]

Übungen für die 2. Schularbeit (zweistündig)*Stochastik 2, Teil 2: Die Normalverteilung (§4)**Aufgaben 5 bis 8*

5. Prof. Adelsberger und Prof. Gröpl brauchen für physikalische Versuche 540 elektrische Widerstände, wobei diese einen Widerstandswert zwischen $148,9\Omega$ und 152Ω aufweisen sollen. Um wegen aus Erfahrung immer wieder auftauchenden unbrauchbaren Widerständen nicht ein zweites Mal zu Technotronic fahren zu müssen, bringen die beiden Physik-Profis in Erfahrung, dass die produzierende Maschine die Widerstände normalverteilt mit $\mu = 149,9\Omega$ und $\sigma = \frac{10}{13}\Omega$ fertigt.

(a) Wie viele Widerstände werden sie (die ja auch Mathe-Profis sind und sich deshalb mit der Normalverteilung¹ auskennen) daher kaufen, um (wie gewünscht) 540 brauchbare Teile zu erhalten?

[Lösung: 600 Stück]

(b) Ergänze: 25% der Widerstandswerte liegen im Intervall $[u; 150, 3]$!

[Lösung: $u = 149, 8$]

6. Der Intelligenzquotient (“IQ“) ist eine Maßzahl für die geistige Leistungsfähigkeit eines Menschen. Bis zum 20. Lebensjahr kann man den IQ ermitteln, indem man das Intelligenzalter durch das Lebensalter teilt und mit 100 multipliziert, wobei das Intelligenzalter mit Hilfe von Tests festgestellt werden kann.

Der durchschnittliche IQ der Schüler eines jungen Wiener Gymnasiums liegt als normalverteilte Zufallsvariable bei 120. Ferner ist bekannt, dass 8% der Schüler um mehr als 15 von diesem Durchschnitts-IQ abweichen.

(a) Berechne die Standardabweichung!

[Lösung: $\sigma = \frac{60}{7}$]

(b) Ab welchem IQ gehört man zur Elite des klügsten Achtzigstels?

[Lösung: 139, 2]

7. Die Wahrscheinlichkeit einer Erpelgeburt beträgt in Minnesata 0,64. In ihrem Artikel “Vererbung und Konstitutionslehre bei Minnesota-Erpeln“ berichtet Dr. MARY CONRAD von 2500 untersuchten Neugeborenen, davon (tatsächlich) exakt 1600 Erpeln. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei $p = 0,64$ dieser Fall wirklich eintritt?

[Lösung: 8 Promille]

8. Die Wahrscheinlichkeit, dass beim Produktionsvorgang ein Chip fehlerhaft wird, beträgt bei einer äußerst schlechten Maschine 7,84%. Mit welcher Wahrscheinlichkeit darf man annehmen, dass eine bestellte Lieferung von 625 Chips maximal 61 fehlerhafte Chips enthält? Verwende die Stetigkeitskorrektur!

[Lösung: 97%]

¹Übrigens spielt die Normalverteilung auch in der experimentellen Physik bei (automatisch auftauchenden) Messfehlern eine tragende Rolle, wobei diese Erkenntnis auf den großen Mathematiker Carl Friedrich GAUSS (1777 – 1855) zurückgeht.

Übungen für die 2. Schularbeit (zweistündig)*Stochastik 2, Teil 2: Die Normalverteilung (§4)**Aufgaben 9 bis 14*

9. Das langjährige Mittel zeigte, dass 20% der Erstinskribenten der Studienrichtung *Technische Mathematik* im zweiten Semester ihr Studium nicht mehr fortsetzten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von den im heurigen Wintersemester gestarteten 100 Studenten der Technischen Mathematik im Sommersemester mindestens 87 weiterstudieren werden (Auf die Stetigkeitskorrektur darf verzichtet werden.)?
[Lösung: 4%]
10. Im "SCHMATZ-LR" (Sowizrals, Conrads, Haiders, Mareks, Arathils, Trosts und Zaczeks Luxus-Restaurant) weiß der Koch aus Erfahrung, dass sich vier Prozent der Gäste über das Essen beschwerten. An wie vielen Wochentagen (Nota bene: Der Begriff *freier Tag* ist im Vokabular von Lokal-Chef Justin nicht enthalten!) beschwerten sich mindestens neun von durchschnittlich 200 Gästen (Benutze die Stetigkeitskorrektur!)?
[Lösung: In drei von sieben Fällen!]
11. 2016 veröffentlicht Dr. Sandra BEHNAME eine aus ihrer Dissertation stammende Studie, derzufolge im Mittel acht Prozent aller Raucher in späteren Lebensjahren an Durchblutungsstörungen in den Beinen leiden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei 1000 Rauchern die Anzahl der Erkrankten um maximal elf Personen vom Erwartungswert abweicht? Verwende die Stetigkeitskorrektur!
[Lösung: 82%]
12. Die WHO publizierte 1991 eine Studie, derzufolge in den USA bisher bei 46,7% aller HIV-Positiven die Immunschwäche zum Ausbruch kam. Wie groß ist daher die Wahrscheinlichkeit, dass von 1000 infizierten Amerikanern mehr als die Hälfte nicht an AIDS erkrankt?
[Lösung: 98%]
13. Die Wahrscheinlichkeit eines Rezidivs nach einer Behandlung mit einem Cortisonpräparat beträgt bei einer bestimmten Form der Augenentzündung im langjährigen Mittel acht Prozent. An der Universitäts-Augenklinik in Graz wurden im Jahr 1991 genau 1275 Patienten mit derartigen Entzündungen mit diesem Präparat behandelt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit weicht die Anzahl der Patienten mit einem Rezidiv um höchstens 15 vom Erwartungswert ab (Stetigkeitskorrektur verwenden!)?
[Lösung: 89%]
14. Das Akronym **KGV** steht nicht nur für das kleinste gemeinsame Vielfache resp. den bekannten Kleingartenverein, sondern auch für Kronberger Gloria - Volksschule, welche 2020 am Flugfeld Aspern eröffnet wird. Leider wird in der **KGV** 2024 nach einem Erkrankungsfall mit Masern zu spät reagiert und es werden 120 Schüler mit Masern infiziert. Schulärztin Dr. Sandra Behnam weiß aufgrund einer von ihr selbst (gemeinsam mit ihrer Kollegin Dr. Marietta Marek) durchgeführten Studie, dass die Erkrankungsrate von mit Masern infizierten Volksschulkindern im Mittel 65% beträgt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erkranken weniger als 90 Kinder (Stetigkeitskorrektur nicht vergessen!)?
[Lösung: 98,61%]

Übungen für die 2. Schularbeit (zweistündig)*Stochastik 2, Teil 2: Die Normalverteilung (§4)**Aufgaben 15 bis 18*

15. Julie, Alina und Sophie wollen als gestandene (Mathematik-)Maturanten bei der Maturafeier ein kleines, aber feines und stochastisch wohlüberlegtes Würfelspiel veranstalten, wozu sie aber zunächst sichergehen müssen, dass es sich bei den verwendeten Würfeln um LAPLACE-Würfel handelt. Dazu würfeln sie in Freistunden bzw. anstatt der Religionsstunde jeweils 720mal und notieren jeweils die Anzahl der Sechsen. In wieviel Prozent der Fälle sollten mindestens 100 Sechsen fallen (Stetigkeitskorrektur verwenden!)?
[Lösung: 98%]
16. Die 8B fliegt auf ihrer Maturareise mit einem der größten Airbusse der Welt, welcher 755 Fluggästen Platz bietet. Erfahrungsgemäß wird ein gebuchter Platz nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 80% tatsächlich belegt.
- (a) In welchem zum Erwartungswert symmetrischen Bereich liegt mit 95%iger Wahrscheinlichkeit die Anzahl der tatsächlich belegten Plätze bei einem ausgebuchten Flug (Stetigkeitskorrektur beachten!)?
[Lösung: [583; 625]]
- (b) Aufgrund der horrenden Treibstoffkosten (nicht zur hierzulande!) pflegt die Fluggesellschaft zwecks besserer Auslastung eine Überbuchung der Flüge. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer 20%igen Überbuchung des "Maturaflugs der 8B" dennoch alle erscheinenden Fluggäste einen Platz bekommen (nicht auf die Stetigkeitskorrektur vergessen!)?
[Lösung: 99,46%]
17. Burli und Kev-Boy werfen 432(!) mal (Freistunde oder dgl.) einen Tetraederspielstein, welcher auf seinen Seitenflächen die Ziffern 1 bis 4 stehen hat. Burli behauptet, dass die Wahrscheinlichkeit für mehr als 121 Einser bei einem Fünfzehntel liegt. Was ist dazu zu sagen (Stetigkeitskorrektur nicht vergessen!)?
18. Die Tiergattung "FSK" (Französische Sowizral-Küken) ähnelt den Stockenten (Mehr darüber auf einer von Claudia liebsten Homepages: <http://www.stockenten.info>). Das Gewicht eines erwachsenen "FSK" ist normalverteilt, wobei 33% weniger als 77dag und 3% mehr als 135dag wiegen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein "FSK" zwischen 124dag und 137dag wiegt!
[Lösung: 5%]

Übungen für die 2. Schularbeit (zweistündig)*Stochastik 2, Teil 2: Die Normalverteilung (§4)**Aufgaben 19 bis 22*

19. Claudia und Dominica werfen 960(!) mal (Freistundenn oder dgl.) einen Oktaederspielstein, welcher auf fünf seiner Seitenflächen die Ziffern 1 bis 5 und auf den verbleibenden je eine 6 stehen hat. Die beiden Damen haben ein Spiel entwickelt, bei dem man gewinnt, wenn unter den 960 Würfeln weniger als ein Drittel an Sechsen dabei sind. Berechne die Gewinnwahrscheinlichkeit (Stetigkeitskorrektur nicht vergessen!!)

[Lösung: 0,35(!)%]

20. Omar und special guest star Filip H. werfen 5040(!) mal (Freistundenn oder dgl.) einen Dodekaederspielstein, welcher auf fünf seiner Seitenflächen die Ziffern 1 bis 5 und auf den verbleibenden je eine 6 stehen hat. Die beiden haben ein Spiel entwickelt, bei dem man gewinnt, wenn unter den 5040 Würfeln höchstens vier Siebentel an Sechsen dabei sind. Berechne die Gewinnwahrscheinlichkeit (Stetigkeitskorrektur nicht vergessen!!)

[Lösung: 4,46%]

21. Gloria und Nikolaus-Bruder Matthias werfen 7600(!) mal (Freistundenn oder dgl.) einen Ikosaederspielstein, welcher auf je vier seiner Seitenflächen die Ziffern 1 bis 4, auf dreien die Ziffer 5 und auf den verbleibenden die Ziffer 6 stehen hat. Die beiden Geschwister haben ein Spiel entwickelt, bei dem man gewinnt, wenn unter den 7600 Würfeln mehr als $\frac{1}{18}$ an Sechsen dabei sind. Berechne die Gewinnwahrscheinlichkeit (Stetigkeitskorrektur kann entfallen!!)

[Lösung: 1,36%]

22. 100 Achtklässler des Schuljahres 2009/10 nahmen an einem Hochsprungwettbewerb teil, wobei die Ergebnisse annähernd normalverteilt sind mit $\mu = 108\text{cm}$ und $\sigma = 25\text{cm}$.

- (a) Der Schokoladenhund der 8D (also das 8D-Maskottchen) stolzierte aufgrund seines Hochsprungresultats von 162cm (Ist er vielleicht geflogen?) in der Klasse herum, prahlt, was das Zeug hält und behauptet außerdem, dass er zu den besten 3% gehört. Trifft dies zu? Begründe deine Antwort!

[Lösung: Kommentar: Französischer Angeber!]

- (b) Prof. Sams hat für die Beurteilungen der Hochsprungleistung x folgende Grenzen festgelegt (Einheit: cm):

- $x < 76$: *Nicht genügend*
- $76 \leq x < 97$: *Genügend*
- $97 \leq x < 115$: *Befriedigend*
- $115 \leq x < 135$: *Gut*
- $x \geq 135$: *Sehr gut*

Wie verteilen sich die Schüler gemäß des Normalverteilungsmodells auf die Noten?

[Lösung: 14(%) *Sehr gut*, 25(%) *Gut*, 28(%) *Befriedigend*, 23(%) *Genügend*, 10(%) *Nicht genügend*]

Übungen für die 2. Schularbeit (zweistündig)*Stochastik 2, Teil 2: Die Normalverteilung (§4)**Aufgaben 23 bis 25*

23. Lukas K. Trost versucht im Sommer 2013 (als er endlich das Maturazeugnis in der Tasche hat) in "Las Lukas" an einem Spielautomat X ihr Glück, über den man aus Erfahrung weiß, dass man nach acht Spielen mit 90%iger Wahrscheinlichkeit mindestens einmal gewinnt.
- (a) Berechne die Gewinnwahrscheinlichkeit an X bei einem Einzelspiel (Runde auf %!)!
[Lösung: 25%]
- (b) Lukas spielt an X insgesamt 192(!)mal. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der Gewinne um maximal 10 vom Erwartungswert abweicht (Stetigkeitskorrektur nicht vergessen!)!
[Lösung: 92%]
24. Maturant Luca aus der 8A hingegen versucht in "Las Lucas" zusammen mit einem der Krach-Twins an einem Spielautomat Y sein Glück, über den man aus Erfahrung weiß, dass man nach 14 Spielen mit einer Wahrscheinlichkeit von 956 Promille mindestens einmal gewinnt.
- (a) Berechne die Gewinnwahrscheinlichkeit an Y bei einem Einzelspiel (Runde auf %!)!
[Lösung: 20%]
- (b) Luca spielt an Y insgesamt 400(!)mal. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der Gewinne um maximal 11 vom Erwartungswert abweicht (Stetigkeitskorrektur nicht vergessen!)!
[Lösung: $\approx 85\%$]
25. **Aus der "Krocha-Phase" der Burschen aus meiner Oberstufenklasse (2005-2009):**
Die chiquen [Herren(!)-]Halsketten, die *Dominique* und *Emma* vorletztes Jahr in der 7C so gerne getragen haben (leider nicht am Klassenfoto verewigt ...), weisen aufgrund ihrer maschinellen Fertigung eine normalverteilte Durchschnittslänge von $\mu = 120\text{cm}$ mit einer Standardabweichung von $\sigma = 5\text{cm}$ auf.
- (a) Wie sind die Toleranzgrenzen zu wählen, damit der Ausschuss maximal 11% beträgt? Haben sich Dominique und Emma (bevor oder nachdem sie sich am, beim, im oder auf dem Maccy getroffen haben) Ausschussware schenken lassen, wenn bekannt ist, dass Dominiques Kette 111cm und Emmas Kette 130cm lang ist?
[Lösung: [112; 128]; Jaja, die beiden wurden beschenkt oder übers Ohr gehauen!]
- (b) Durch $\boxed{\text{Justi}}\text{eru}\boxed{\pi}^2$ der Standardabweichung der verwendeten Maschine soll der Ausschussanteil bei fest bleibenden Grenzen halbiert werden. Welcher Ersatzwert σ^* gewährleistet dies?
[Lösung: $\sigma^* = 4$]

Übungen für die 2. Schularbeit (zweistündig)*Stochastik 2, Teil 2: Die Normalverteilung (§4)**Aufgaben 26 bis 28***26. ... noch immer aus der “Krocha-Phase“ der Burschen aus meiner Oberstufenklasse (2005-2009) ...**

Als *Pendants* zu den [Herren(!)-]Halsketten aus der letzten Aufgabe geht es jetzt in stochastischer Hinsicht den vorletztes Jahr in der 7B von Angelika, Ali, Nina, Raphaela, Sabrina und Tanja gerne getragenen langen Damenhalsketten (sogar am Klassenfoto verewigt, was jetzt auch - abseits des Klassenfotos - in Erinnerung ruft, dass auch *Philippe* eine der Halsketten aus der letzten Aufgabe getragen hat!) an den Kragen, wobei auch diese aufgrund ihrer ebenso maschinellen Fertigung eine normalverteilte Durchschnittslänge aufweisen, nur dass hier jetzt $\mu = 130\text{cm}$ mit einer Standardabweichung von $\sigma = 4\text{cm}$ gilt.

- (a) Wie sind die Toleranzgrenzen zu wählen, damit der Ausschuss maximal 8% beträgt? Haben sich Angelika und Sabrina (bevor oder nachdem sie gemeinsam Mathematik gelernt haben) Ausschussware schenken lassen, wenn bekannt ist, dass Angelikas Kette 122cm und Sabrinas Kette 136cm lang ist?

[Lösung: [123; 137]; Angelika hat (Nomen est omen!) eine zu kurze Kette, Sabrinas Kettenlänge ist innerhalb der Toleranzgrenzen!]

- (b) Durch Justierung der Standardabweichung der verwendeten Maschine soll der Ausschussanteil bei fest bleibenden Grenzen um 1% vergrößert werden, um mehr Ausschussware als Werbegeschenke verteilen zu können. Welcher Ersatzwert σ^* gewährleistet dies? [Lösung: $\sigma^* = 4,13$]

27. ... über einen ehemaligen Schüler aus meiner Oberstufenklasse (2005-2009), der nebst Pringles ganz süchtig nach Eistee war ...:

0,5l-Eistee Flaschen werden von einer Maschine abgefüllt, und zwar so, dass die Einfüllmenge normalverteilt ist mit $\mu = 500\text{ml}$ und $\sigma = 5\text{ml}$.

- (a) Wieviel % beträgt der Ausschuss, wenn die Füllmenge um höchstens $\pm 6\text{ml}$ vom Sollwert 500ml abweichen darf? [Lösung: 23(!)% Ausschuss]

- (b) Ändere die Toleranzgrenzen derart, dass der Ausschuss nur mehr 11% beträgt! [Lösung: $\pm 8\text{ml}$]

28. ... nach wie vor über einen ehemaligen Schüler aus meiner Oberstufenklasse (2005-2009), der nebst Pringles ganz süchtig nach Eistee war:

U.a. aufgrund der für Roli(s Weltbild) katastrophalen Ausschussausmaße in der letzten Aufgabe gründet Roli mit “RELI“ das Unternehmen “Rolis Eistee-Leckereien international“, wo er als stochastisch gebildeter Maturant in seiner Position als Firmenchef einen besonders kompetenten Eindruck macht und penibelst auf gute Qualitätskontrolle achtet, wozu er für *seine* 0,5l-RELI-Flaschen Dutzende von Maschinen in Verwendung hat, welche den Eistee normalverteilt mit $\mu = 500\text{ml}$ und $\sigma = 2\text{ml}$ abfüllen.

- (a) Wieviel % beträgt der Ausschuss, wenn die Füllmenge um höchstens $\pm 3\text{ml}$ vom Sollwert 500ml abweichen darf? Was ist von Rolis Einschätzung zu halten, dass in jedem 15er-Packerl für die Realisten der 8C (Klassentreffen etc.!) im Mittel zwei Ausschussflaschen dabei sein werden?

[Lösung: 13,36% Ausschuss; der Chef hat gesprochen und Recht!]

- (b) Ändere die Toleranzgrenzen derart, dass der Ausschuss nur mehr 8% beträgt! [Lösung: $\pm 3,5\text{ml}$]

Übungen für die 2. Schularbeit (zweistündig)*Stochastik 2, Teil 2: Die Normalverteilung (§4)**Aufgaben 29 bis 31***29. Nicht nur Katzen, sondern auch französische Sowizral-Küken spielen gerne mit Wollknäuel, in diesem Sinne ...**

Eine Fertigungsanlage wickelt Wollknäuel derart, dass die Masse eines Knäuels normalverteilt ist mit $\mu = 51,6\text{g}$ und $\sigma = 1,25\text{g}$. Auf den Wollstreifen ist eine Masse von 50g vermerkt.

- (a) Wie viel % der Knäuel sind gemäß des Wollstreifenvermerks untergewichtig (was französische Sowizral-Küken aufgrund ihrer hohen Sensitivität sehr schnell spüren!)?
[Lösung: 10%]
- (b) Um wie viel Gramm darf die Masse höchstens von μ abweichen, damit maximal 3% zu leicht sind? [Lösung: 2,35g]

30. Für ganz junge französische Sowizral-Küken verwendet Claudia gerne kleine Spezialknäuel, nundenn ...

Eine Fertigungsanlage wickelt Wollknäuel derart, dass die Masse eines Knäuels normalverteilt ist mit $\mu = 25,27\text{g}$ und $\sigma = 0,25\text{g}$. Auf den Wollstreifen ist eine Masse von 25g vermerkt.

- (a) Wie viel % der Knäuel sind gemäß des Wollstreifenvermerks untergewichtig (was bereits junge französische Sowizral-Küken aufgrund ihrer hohen Sensitivität sehr schnell spüren!)?
[Lösung: 14%]
- (b) Um wie viel Gramm darf die Masse höchstens von μ abweichen, damit maximal 10% zu leicht sind? [Lösung: 0,32g]

31. Bei einem Wettbewerb waren sechs Aufgaben zu lösen. Die Verteilung der insgesamt 100 Teilnehmer auf die einzelnen Punktezahlen ist in folgender Tabelle aufgelistet:

Punktezahl (ein Punkt pro Aufgabe)	0	1	2	3	4	5	6
absolute Häufigkeit	0	6	24	40	26	2	2

- (a) Berechne den arithmetischen Mittelwert μ sowie die Standardabweichung σ für die erreichten Punktezahlen bei diesem Wettbewerb!
[Lösung: $\mu = 3$, $\sigma = 1$]
- (b) Im Folgenden nehmen wir an (was aufgrund des vorliegenden Datenmaterials approximativ durchaus rechtfertigen ist), dass es sich bei der erreichten Punktezahl um eine normalverteilte Zufallsvariable mit dem in (a) errechneten Erwartungswert μ und der Standardabweichung σ handelt. Wie viel % von vielen (also weitaus mehr als in der Stichprobe vorhandenen) Teilnehmern erreichen mindestens vier Punkte? [Lösung: $\approx 16\%$]

Übungen für die 2. Schularbeit (zweistündig)

Stochastik 2, Teil 2: Die Normalverteilung (§4)

Aufgaben 32 bis 34

32. Die Reaktionszeit von Autofahrern einer Fahrschule sei normalverteilt mit $\mu = 0,6s$ und $\sigma = 0,08s$.
- “Opel-Omar“ behauptet, mit seiner stolzen Reaktionszeit von $\frac{1}{2}$ Sekunde **zu den besten 10% zu gehören**. Überprüfe, ob **diese Behauptung** tatsächlich zutrifft!
 - “Kia-Kev“ überprüft die $\frac{1}{2}$ -Sekunde-Behauptung und kommt Opel-Omar auf empirischem Wege auf die Schliche, dass seine tatsächliche Reaktionszeit bei $0,64s$ liegt. Kia-Kevs bzw. “Toyota-Tommys“ Kommentare dazu lauten “Da gehörst du eher zum schlechtesten Drittel!“ bzw. “Willkommen im Club der schlechtesten 30%!“. Nimm zu beiden Kommentaren Stellung (freilich durch Rechnung!).
33. Justin verlässt an jedem Schultag verlässlich um 8 : 00 : 00 das Haus und macht sich auf den Weg zur Schule. Die von 8 : 00 : 00 an gemessene Zeitspanne bis zum Eintreffen in der Schule ist normalverteilt mit $\mu = 14\text{min}55\text{sec}$ und $\sigma = 50\text{sec}$.
- In wie viel % der Fälle betritt Mr. Bieber innerhalb der ersten 49 Sekunden nach dem Läuten zu ersten Stunde das Schulhaus (sozusagen milde Form der Verspätung)?
 - Ergänze: In 3% der Fälle (sozusagen Mr. Timberlakes späteste 3%) betrug Mr. Barthas Verspätung mindestens ... Sekunden.
 - Ergänze: Mit 8%iger Wahrscheinlichkeit verspätet sich Just-In³ um mindestens 63, aber höchstens ... Sekunden.
34. ”Glauria und Clodia“ haben die *in Sekunden gemessene Anrufdauer* aller Handytelefonate, welche im Laufe eines Schuljahres in ihrer Schule in den Pausen (und doch wohl sicher nicht im Unterricht!) geführt wurden, statistisch analysiert und kamen zu dem Resultat, dass *diese Größe* als stetige Zufallsvariable X (aufgrund des sogenannten *Zentralen Grenzwertsatzes*) annähernd normalverteilt ist. Leider fielen die Aufzeichnungen der “Mafia“ (**M**arietta **a**nd **f**rodo **i**n **a**ction!⁴) zum Opfer, welche diese wertvollen Infos an die Mobilfunkindustrie für teures Geld verschachteten. Gottlob hat die “CIA“ (**C**harlotte **I**n **A**ction!) noch Restinfos darüber, dass ca. 2% (exakt: 2,02%) der Telefonate länger als 141 Sekunden und etwa 54% (exakt: 53,98%) kürzer als 102 Sekunden dauerten.
- Rekonstruiere daraus die Werte für μ und σ !
 - Mit welcher Wahrscheinlichkeit dauerte ein Anruf zwischen 110 und 127 Sekunden?
 - Ergänze: In 3% der Fälle betrug die Anrufdauer mindestens ..., aber höchstens 130 Sekunden.
 - Ergänze: Mit 30%iger Wahrscheinlichkeit dauerte ein Anruf länger als 108, aber kürzer als ... Sekunden.

Gutes Gelingen beim Lösen dieser schönen Aufgaben!

³Just in time! ;-)

⁴Hoffentlich ist Marietta ein ”Lord of the rings“- bzw. ”Hobbit“-Fan ...