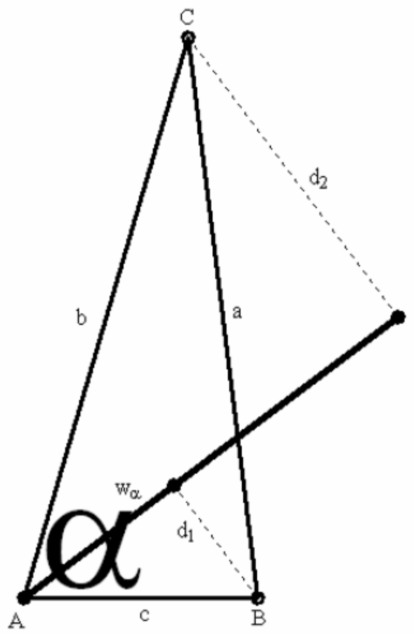
Übungen zur analytischen Geometrie der Ebene [8D(Rg), 2/2010]

1) Bestätige am Beispiel des Dreiecks $\Delta ABC[A(0|0), B(51|0), C(16|12)]$ den folgenden elementargeometrischen

Satz. Ist D bzw. E der Lotfußpunkt von C auf die Innenwinkelsymmetrale w_β bzw. w_α eines Dreiecks ΔABC, dann liegen die Geraden g_{AB} und g_{DE} zueinander parallel.

2) Mit den in nebenstehender Figur beschrifteten Größen gilt für jedes Dreieck ΔABC mit der Abkürzung $s = d_1 + d_2$ untenstehende Gleichung. Kontrolliere dies für das Dreieck $\Delta ABC[A(0|0), B(150|0), C(7|24)]$!

$$\boxed{s^2 = \left(a\sin\tfrac{\alpha}{2}\right)^2 + bc\sin^2\alpha}$$



3) ΔABC sei ein Dreieck mit den Seitenlängen $a = \overline{BC}$, $b = \overline{AC}$ und $c = \overline{AB}$, dem Höhenschnittpunkt H sowie dem Umkreismittelpunkt U. Bezeichnet μ bzw. μ' bzw. μ'' den Flächeninhalt des Dreiecks ΔABC bzw. ΔABH bzw. ΔABU, dann gilt die Formel $\boxed{\mu' + 2\mu'' = \mu}$. Verifiziere diese Formel für $\Delta ABC[A(-5|-4), B(13|2), C(9|10)]$!

4) Gegeben sei ein Dreieck mit einer beliebigen Geraden g durch dessen Schwerpunkt. Liegen zwei Eckpunkte des Dreiecks auf der gleichen Seite von g, so ist die Summe ihrer Abstände von g gleich dem Abstand des dritten Eckpunktes von g.

Verifiziere diesen allgemeingültigen Satz anhand des Dreiecks $\Delta ABC[A(11|-37), B(56|-7), C(41|68)]$, wobei g durch $D(27|-4)$ verläuft.

5)
a) Zeige, dass das Viereck $ABCD[A(-4|6), B(11|-3), C(14|6), D(11|11)]$ einen Umkreis besitzt und ferner aufeinander normal stehende Diagonalen aufweist.

b) Für Sehnenvierecke mit dieser Eigenschaft gilt der
Satz von W. Götz: Der Normalabstand des Umkreismittelpunkts zu einer Seite ist stets halb so groß als die gegenüberliegende Seite.

Verifiziere diesen Satz für alle vier Varianten am vorliegenden konkreten Beispiel!