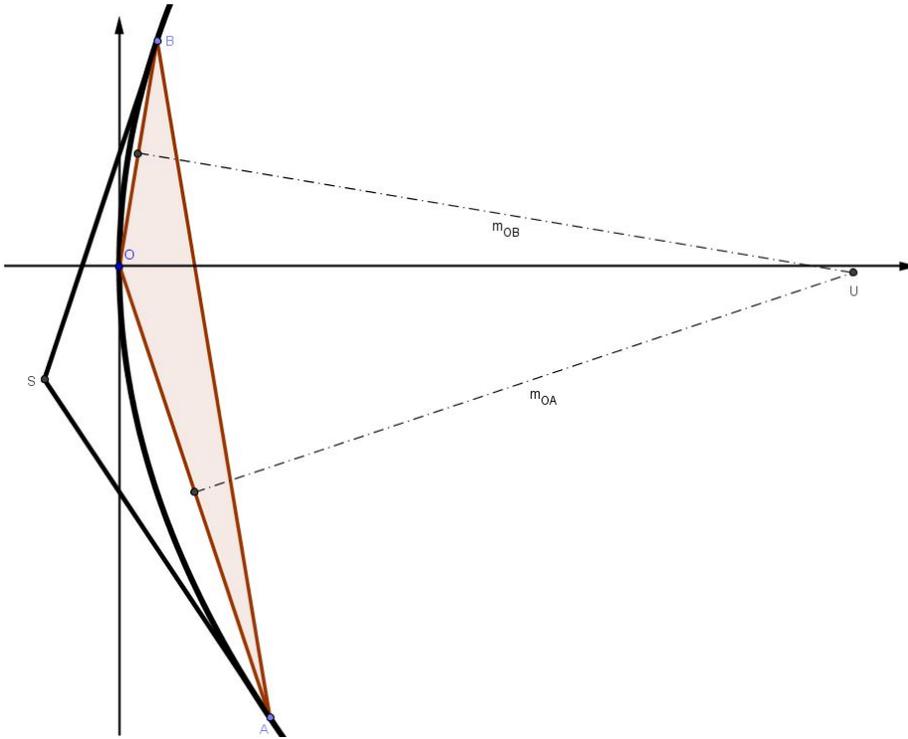
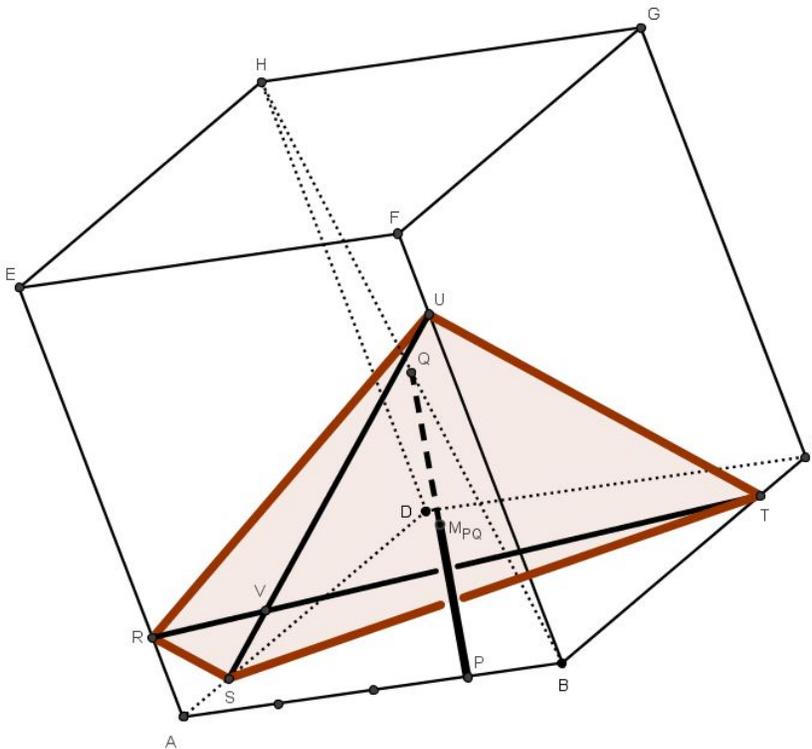


3. Schularbeit (dreistündig)



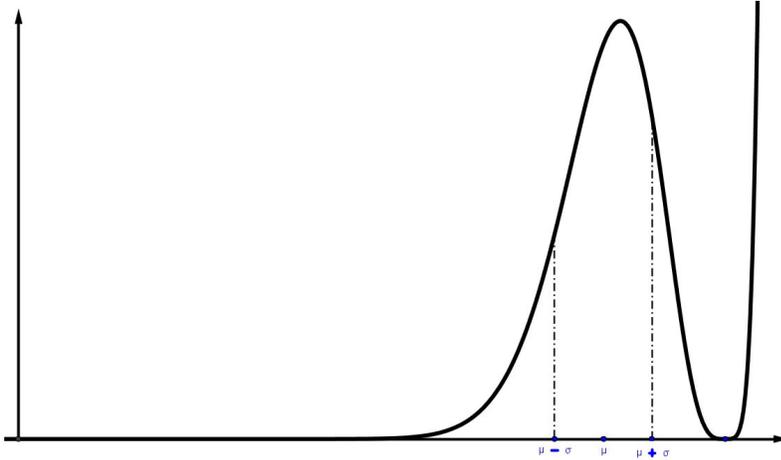
1. In nebenstehender Abbildung ist S der Schnittpunkt der Tangenten an eine Parabel in erster Hauptlage in den Punkten A und B .
 - (a) Erkläre anhand der Skizze, welche geometrische Bedeutung dem Punkt U zukommt.
 - (b) Zeige am Beispiel der Punkte $A(24|-72)$ und $B(x_B|36)$, dass zwischen den Koordinaten von S und U die Gleichung $x_S y_S + 2p y_U = 0$ gilt, wobei p den Parabelparameter bezeichnet.

2. Links unten ist ein Würfel der Seitenlänge 64 abgebildet. P entsteht durch Viertelung der Würfelkante AB , der Punkt Q ist der Würfelmittelpunkt, also der Mittelpunkt aller Raumdiagonalen (somit insbesondere von BH).



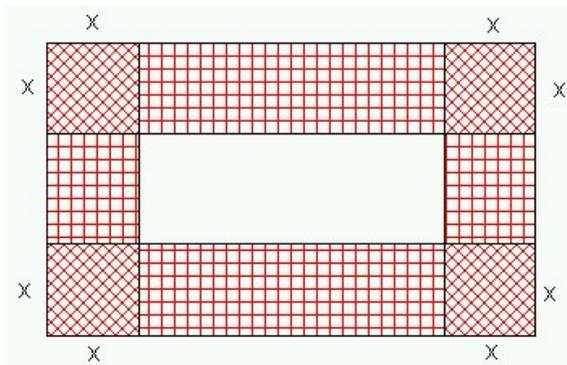
- (a) Wähle ein passendes Koordinatensystem, zeichne es in die Abbildung ein und gib die Koordinaten von P und Q an!
- (b) Stelle eine Gleichung der Symmetrieebene σ_{PQ} der Strecke PQ auf!
- (c) Als Schnittfigur von σ_{PQ} mit der Würfeloberfläche entsteht das Viereck $RSTU$. Begründe, warum es sich dabei um ein Trapez handelt und zeige, dass es gleichschenkelig ist.
- (d) Zeige ohne Taschenrechner, dass der Flächeninhalt des Trapezes mehr als $\frac{1}{10}$, aber weniger als $\frac{1}{8}$ der Würfeloberfläche ausmacht!
- (e) Zeige, dass V die Diagonalen des Trapezes im Verhältnis $1 : 3$ teilt!

3. In der linken unteren Figur ist der Graph der Funktion φ mit der Funktionsgleichung $\varphi(x) = 491400x^{23}(x - 1)^4$ abgebildet. Dabei ist φ die Dichtefunktion jener stetigen Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum $\Omega = [0; 1]$, welche die Lebensdauer von Schaltjahr-Februarfliegen in Monaten misst (d.h. jedem Februartag entspricht exakt $\frac{1}{29}$ von Ω).



- (a) Begründe in allen Einzelheiten, warum φ in der Tat Dichtefunktion einer stetigen Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum $\Omega = [0; 1]$ ist!
- (b) Berechne die durchschnittliche Lebensdauer μ einer Schaltjahr-Februarfliege in Tagen.
- (c) Ermittle die Standardabweichung σ von X ebenfalls in Tagen.
- (d) Bei wie vielen von 79 Schaltjahr-Februarfliegen weicht die Lebensdauer gemäß dem vorliegenden Modell um höchstens σ von μ ab?

4. Von einem $a = 8$ dm langen und $b = 5$ dm breiten Rechteck sollen von den Ecken Quadrate weggeschnitten werden, sodass das Netz eines oben offenen Quaders entsteht.



- (a) Ermittle jene Einschnitt-Tiefe x , für welche das Quadervolumen maximal wird. Weise sowohl das Extremum als auch dessen Eindeutigkeit nach!
- (b) Verifiziere am konkreten Beispiel die allgemeingültige Formel

$$V_{\max} = \frac{1}{27} \cdot \left[\sqrt{(a^2 - ab + b^2)^3} - (a + b)(a - 2b) \left(a - \frac{b}{2} \right) \right]$$

für das maximale Quadervolumen!

Punkteverteilung: 1) 12 2) 12 3) 12 4) 12

Notenschlüssel:

< 24 Punkte: **5**, 24 – 30 Punkte: **4**, 31 – 37 Punkte: **3**, 38 – 43 Punkte: **2**, 44 – 48 Punkte: **1**

Viel Erfolg bei der Präsentation deines mathematischen Wissens und Könnens!