

Übungen zum Wiederholungskapitel INTEGRALRECHUNG & STOCHASTIK  
(Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen), Teil 2

8D(Rg)

März 2010

(Dr. R. Resel)

5)

Durch  $y = \varphi(x) = 8(x^3 - x^7)$  ist die Dichtefunktion einer stetigen Zufallsvariable  $X$  mit dem Ereignisraum  $\Omega=[0;1]$  gegeben, welche von 8.15 an in Stunden gemessen die bis zum Eintreffen von Kuno-Peter K. an der Heustadel Highschool verstrichene Zeit ("Verspätung"; Grund dafür: → aufwändige Stylingprozedur, siehe rechts!) angibt.

(1) Zeige, dass es sich wirklich um eine Dichtefunktion handelt!

(2) Berechne Kuno-Peters durchschnittliche Verspätung  $\mu$  auf Sekunden genau!

(3) Zeige, dass die Standardabweichung  $\sigma$  von  $X$  ziemlich genau 10 Minuten beträgt und nimm Stellung zur Gültigkeit der folgenden  $\sigma$ -Regel für  $X$ :  $P(|X-\mu| < \sigma) = 2/3$

(4) An wie vielen von 65 Schultagen verspätete sich Kuno-Peter überdurchschnittlich?



6) Ex-Kia-Karim (nunmehr: Mr. BMW, d.h. Best Man & Womanizer, siehe oben!) hat für Brunos Verspätungsphänomen ein alternatives stochastisches Modell, nämlich:

Durch  $y = \varphi(x) = \frac{70}{3} \cdot (x^6 - x^9)$  ist die Dichtefunktion einer stetigen Zufallsvariable  $X$  mit dem Ereignisraum  $\Omega=[0;1]$  gegeben, welche von 8.15 an in Stunden gemessen die bis zum Eintreffen von Kuno-Peter K. an der Heustadel Highschool verstrichene Zeit ("Verspätung"; Grund dafür: → aufwändige Stylingprozedur, siehe abermals rechts oben!) angibt.

(1) Zeige, dass es sich wirklich um eine Dichtefunktion handelt!

(2) Berechne Kuno-Peters durchschnittliche Verspätung  $\mu$  auf Sekunden genau!

(3) Zeige, dass die Standardabweichung  $\sigma$  von  $X$  ziemlich genau  $\frac{16}{129}$  beträgt und leite die entsprechende  $\sigma$ -

Regel für  $X$  her. Rechne mit der obigen rationalen Approximation und vergleiche mit der Normalverteilung!

(4) An wie vielen von 41 Schultagen wich Kuno-Peters Verspätung um höchstens  $\sigma$  von  $\mu$  ab?

7) Wenn sich Mr. BMW weniger um Hochglanzfotos wie oben kümmert und sich entsprechend mit bescheidenen Fotos (Fiese Menschen würden von dilettantischen Fotos sprechen, was uns aber fern liegt!) wie dem unteren zufrieden gibt (Dabei ist auch so manche Dame schon über ein "Karim-Eck" wie rechts zufrieden!) fallen ihm in Bezug auf Kuno-Peter noch bessere stochastische Modelle ein, wie z.B.:

Durch  $y = \varphi(x) = \frac{55}{6} \cdot (x^4 - x^{10})$  ist die Dichtefunktion einer stetigen Zufallsvariable  $X$  mit dem Ereignisraum  $\Omega=[0;1]$  gegeben, welche von 8.15 an in Stunden gemessen die bis zum Eintreffen von Kuno-Peter K. an der Heustadel Highschool verstrichene Zeit ("Verspätung"; Grund dafür: → aufwändige Stylingprozedur, siehe nochmals rechts oben!) angibt.

(1) Zeige, dass es sich wirklich um eine Dichtefunktion handelt!

(2) Berechne Kuno-Peters durchschnittliche Verspätung  $\mu$  auf Sekunden genau!

(3) Zeige, dass die Standardabweichung  $\sigma$  von  $X$  ziemlich genau  $8'40''$  beträgt.

An wie vielen von 91 Schultagen wich Kuno-Peters Verspätung daher um mehr als  $\mu$  von  $\sigma$  ab?

(4) An wie vielen von 136 Schultagen verspätete sich Kuno-Peter unterdurchschnittlich?



Fortsetzung folgt!