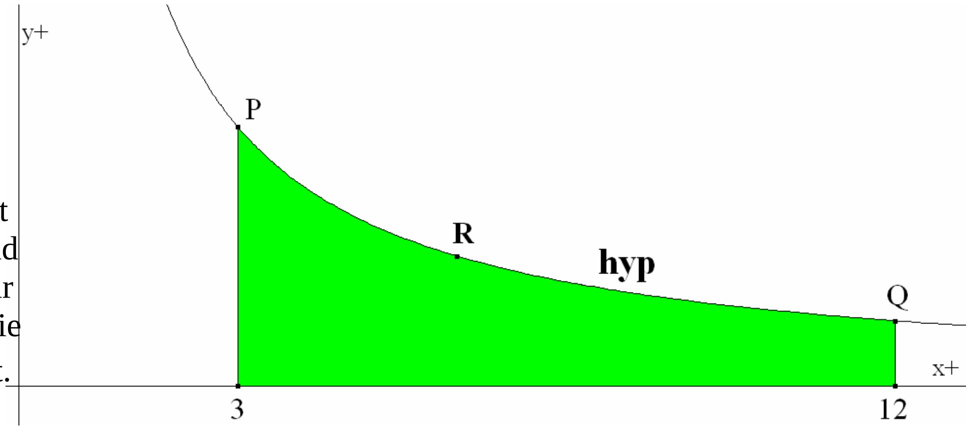
Übungen zum Wiederholungskapitel INTEGRALRECHUNG (inbesondere Volumsberechungen)
8D(Rg)
Februar 2010
(Dr. R. Resel)

a) Warm-up-Phase (Fr, 19.2.): → Einfache SA-Bspe der zweistündigen Schularbeiten vom Nov. 2009 (8B/8C)

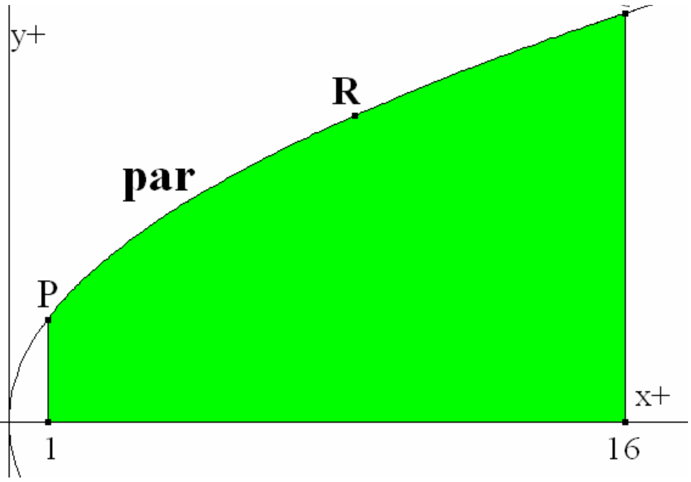
1) Rotiert ein Bogen PQ einer gleichseitigen Hyperbel hyp um eine ihrer Asymptoten, so entsteht ein hornförmiger Drehkörper der Höhe h mit dem Basiskreisradius r_1 und dem Deckkreisradius r_2, für dessen Volumen V dann die Formel $\boxed{V = r_1 \cdot r_2 \cdot h \cdot \pi}$ gilt.



Verifiziere diese Volumsformel für obig skizzierte gleichseitige Hyperbel hyp, deren Asymptoten die Koordinatenachsen sind, wobei hyp durch R(6|4) verläuft, und zwar für den angegebenen Bogen PQ, wenn dieser um die x-Achse gedreht wird. (Der halbe Längsschnitt ist der Raumvorstellung wegen auch schon gefärbt eingezeichnet!)

2) Rotiert ein Bogen PQ einer Parabel um ihre Achse, so entsteht eine Zone eines Drehparaboloids der Höhe h mit dem Basiskreisradius r_1 und dem Deckkreisradius r_2, für dessen Volumen V dann die Formel $\boxed{V = \frac{h \cdot \pi}{2} \cdot \left(r_1^2 + r_2^2\right)}$ gilt.

Verifiziere diese Volumsformel für die in Abbildung 2 skizzierte Parabel par, welche sich in erster Hauptlage befindet und durch R(9|18) geht, und zwar für den angegebenen Bogen PQ (Der halbe Längsschnitt ist der Raumvorstellung wegen auch schon gefärbt eingezeichnet!)!



b) Konditionstraining [Beginn(!): Fr, 19.2.]:

3) Rotiert eine Hyperbel "oberhalb" ihrer Hauptachse um ihre Nebenachse, so entsteht ein nach oben unbegrenztes einschaliges Drehhyperboloid. Diesem soll nun eine koaxiale Drehparaboloidkalotte einbeschrieben werden, welche sowohl den Boden als auch die Wand (längs des Deckkreises k des Paraboloidkalotte) des Hyperboloids berührt. Die Trägerebene von k einerseits und jene des Kehlkreises vom Hyperboloid andererseits schneidet dann aus dem Hyperboloid einen endlichen Teilkörper heraus. Beweise nun:

a) Die gemeinsame Höhe des Hyperboloids und des Paraboloids entspricht der halben Nebenachsenlänge der erzeugenden Hyperbel.
b) Der Flächeninhalt des Deckkreises ist doppelt so groß als jener des Basiskreises (Kehlkreises).
c) Das Paraboloid nimmt exakt ¾ des Hyperboloids ein.
d) Betrachtet man den Achsenschnitt dieser Konfiguration, so erzeugt der Abschnitt einer der beiden gemeinsamen Tangenten der Hyperbel und der Parabel vom Berührungspunkt bis zum Schnittpunkt mit der Symmetrieachse s der Figur bei Rotation um s einen Drehkegel, dessen Volumen exakt jenem des Hyperboloids entspricht.
e) Ist die Hyperbel gleichseitig, dann gleicht das Hyperboloidvolumen dem Rauminhalt jener Kugel, welche als Durchmesser die (Haupt-)Achsenlänge der gleichseitigen Hyperbel besitzt.

… to be continued (LETZTE FEBRUARWOCHE!) …