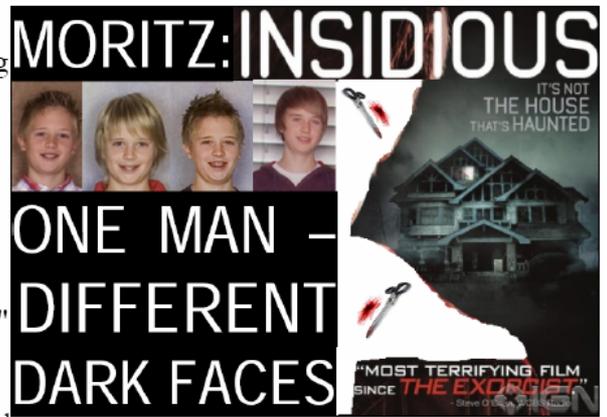


29) Nach Diagonal-D.'s Horrorthriller "DAVEL" erobert nun auch Ritzi die Leinwand, und zwar mit einer Fortsetzung des Gruselhits "INSIDIOUS" aus dem Sommer 2011, wofür er auch gleich die Hauptrolle (nebst einer – von ihm auch verwendeten! – Schere) übernimmt. Der gleiche Filmtheoretiker, der schon zusammen mit Diagonal-D. für dessen Film bzgl. "M-I" [siehe Aufgabe 28)!] ein stochastisches Modell erstellt hat, führt dies nun gemeinsam mit Ritzi auch für "**MORITZ: INSIDIOUS**" durch, was zu folgenden mathematischen Details führte: Der M-I von "M-I" läßt sich als in Stunden gemessene stetige Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum $\Omega=[0;1]^1$ durch die Dichtefunktion φ mit der Funktionsgleichung



beschreiben.

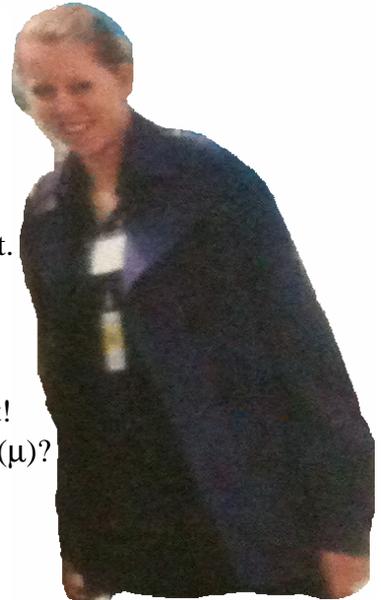
$$\varphi(x) = \frac{3}{2} \cdot (10x^3 - 10x^2 + 3x)$$

- Kontrolliere zunächst (ohne Angst vor RITZI zu haben! ☺), dass φ tatsächlich eine Dichtefunktion ist!
- Berechne den durchschnittlichen M-I μ sowie die Standardabweichung σ von X !
- Ritzi zeigt seinen Film drei achten Klassen mit insgesamt 64 Schülern anlässlich der Maturafeier. Bei wie vielen Schülern sollte der M-I dem Modell nach um höchstens σ von μ abweichen?
- Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein Zuseher länger als 12, aber kürzer als 24 Minuten durchhält!
- Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein Zuseher länger als 24, aber kürzer als 36 Minuten durchhält!

30) Bei der stochastischen Analyse der Lebenserwartung von Alexandras hat

"**ALEX**" die folgende Bedeutung: Beschreibt man **A**lexandras **L**ebens-**E**rwartung als in Dekaden gemessene stetige Zufallsvariable **X**, so wird letztere **aus offensichtlichen Gründen** mit "ALEX" abgekürzt. Nun hat sich herausgestellt, dass ALEX mit dem Ereignisraum $\Omega=[0;10]$ durch die Dichtefunktion φ mit der Funktionsgleichung $\varphi(x) = \frac{3}{2500} \cdot (x^3 - 8x^2 + 20x)$ beschrieben werden kann.

- Weise nach, dass φ in der Tat eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ist!
- Wie alt werden Alexandras denn nun nach dem Modell durchschnittlich (μ)?
- Berechne auch die Standardabweichung σ von ALEX!
- Bei wie vielen von 625 Alexandras weicht das Sterbealter um höchstens σ von μ ab?



31) Männliches Pendant zu ALEX aus der letzten Aufgabe (Freilich liegt auch hier wie generell die Lebenserwartung bei den Herren niedriger als bei den Damen.):

Für Männer hat sich herausgestellt, dass ALEX mit dem Ereignisraum $\Omega=[0;10]$ durch die Dichtefunktion φ mit der Funktionsgleichung $\varphi(x) = \frac{3}{4096} \cdot (5x^3 - 40x^2 + 96x)$ beschrieben werden kann.

- Weise nach, dass φ in der Tat eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ist!
- Wie alt werden Alexandras denn nun nach dem Modell durchschnittlich (μ)?
- Berechne auch die Standardabweichung σ von ALEX!
- Bei wie vielen von 64 Alexandras weicht das Sterbealter um höchstens σ von μ ab?



32) bzw. 33) bietet ein alternatives stochastisches Modell zur Aufgabe S15) aus dem §3 des neuen Stoffs bzw. zur Aufgabe 19) dieser Aufgabensammlung:

¹: Ritzi's fieser Horrorschocker dauert nur 60 Minuten (Oder hielt es kein Zuschauer länger als 60 Minuten aus?!? Wer weiß ...).

- 32) Prof. PYTHAGORAS [der schon jahr(zehnt)elange Unterrichts- und eben auch Prüfungserfahrung aufzuweisen hat] nahm bei der vierstündigen Mathematik-Klausur immer erst nach Ablauf der ersten Stunde Arbeiten entgegen und hat auf Basis umfangreicher empirischer Daten die Arbeitszeit bei der Mathematik-Matura als in Stunden gemessene stetige Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum $\Omega=[1;4]$ durch die Dichtefunktion φ mit der Funktionsgleichung $\varphi(x)=\frac{1}{36} \cdot (10x^2-38x+37)$ modelliert.
- Kontrolliere (auch wenn Prof. PYTHAGORAS am Werk war), dass φ auch wirklich Dichtefunktion ist!
 - Berechne die durchschnittliche Arbeitszeit μ sowie die Standardabweichung σ und leite für diese Zufallsvariable die spezielle σ -Regel $P(|X-\mu|<\sigma)=\frac{7}{8}$ her!
- 33) Auch für die Arbeitszeit bei dreistündigen Mathematik-Schularbeiten hat Prof. PYTHAGORAS ein stochastisches Modell erstellt, demzufolge die Arbeitszeit hier als ebenfalls in Stunden gemessene stetige Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum $\Omega=[1;3]$ (weil auch hier erst frühestens nach einer Stunde Arbeiten entgegengenommen werden!) durch die Dichtefunktion φ mit der Funktionsgleichung $\varphi(x)=\frac{3}{128} \cdot (-5x^2+4x+35)$ beschrieben werden kann.
- Kontrolliere (auch wenn Prof. PYTHAGORAS am Werk war), dass φ auch wirklich Dichtefunktion ist!
 - Berechne die durchschnittliche Arbeitszeit μ sowie die Standardabweichung σ und leite für diese Zufallsvariable die spezielle σ -Regel $P(|X-\mu|<\sigma)=\frac{8}{13}$ her!
- 34) Fortsetzung von Aufgabe 28):
Nachdem Diagonal-D. mit seinem Erstlingswerk "DAVEL" durchaus erfolgreich, Ritzi mit seinem deutlich kürzeren "MORITZ: INSIDIOUS" jedoch noch erfolgreicher war, schneidet Diagonal-D. das Sequel "DAVEL II – DEAD IS GREAT (DATE IS GREAT)"¹ auf 60 Minuten zusammen und erstellt wiederum mit dem Filmtheoretiker aus [den] Aufgabe[n] 28) [und 29)] ein stochastisches Modell, das nun wie folgt aussieht: Der M-I von "DAVEL II" läßt sich als in Stunden gemessene stetige Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum $\Omega=[0;1]$ durch die Dichtefunktion φ mit der Funktionsgleichung $\varphi(x)=\frac{1}{20} \cdot (105x^4 - 12x^2 + 3)$ beschreiben.
- Kontrolliere zunächst (ohne Angst vor DAVEL zu haben! ☺), dass φ tatsächlich eine Dichtefunktion ist!
 - Berechne den durchschnittlichen M-I μ sowie die Standardabweichung σ von X !
 - Dave zeigt seinen Film zwei achten Klassen mit insgesamt 39 Schülern anlässlich der Maturafeier.
Bei wie vielen Schülern sollte der M-I dem Modell nach um höchstens σ von μ abweichen?
 - Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein Zuseher höchstens 4 bzw. 34 bzw. 49 Minuten durchhält!
- 35) Fortsetzung der Aufgaben 29) und 34):
Ritzi fühlt sich durch Diagonale-D's Entscheidung, sein Sequel "DAVEL II" radikal zu kürzen, nur in seiner früheren Entscheidung, "MORITZ: INSIDIOUS" mit einer Stunde Laufzeit bewusst kurz zu halten, bestärkt und verpasst auch seinem Nachfolgewerk "MORITZ: INSIDIOUS BEGINNINGS" – einem Prequel zu "INSIDIOUS" – nur eine Länge von 60 Minuten, freilich inkl. anschließender statistischer Analyse des "M-I"s, welche folgendes Ergebnis hervorbrachte: Der M-I von "MORITZ: INSIDIOUS BEGINNINGS" läßt sich als in Stunden gemessene stetige Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum $\Omega=[0;1]$ durch die Dichtefunktion φ mit der Funktionsgleichung $\varphi(x)=\frac{1}{48} \cdot (315x^4 - 60x^2 + 5)$ beschreiben.
- Kontrolliere (ohne Angst vor RITZI zu haben), dass φ tatsächlich eine Dichtefunktion ist!
 - Berechne den durchschnittlichen M-I μ sowie die Standardabweichung σ von X !
 - Ritzi zeigt seinen neuen Film zwei achten Klassen mit insgesamt 42 Schülern anlässlich der Maturafeier.
Bei wie vielen Schülern sollte der M-I um maximal von σ von μ abweichen?
 - Mit welcher Wahrscheinlichkeit hält ein Zuschauer höchstens 6 bzw. 14 bzw. 34 bzw. 48 Minuten durch?

¹: Offensichtlich hatte es Diagonal-D. nicht leicht, einen guten Untertitel zu finden! ☺

Gutes Gelingen beim Lösen dieser schönen Aufgaben

Wien, im Dezember 2012.

Dr. Robert Resel, e. h.

