Themenpool für das Wahlpflichtfach ("WPF") **Mathematik ab dem Zyklus 2013/14/15**

(*unter Absprache mit dem Fachkollegium)*

Vorbemerkung: Gemäß der Richtlinien für die kompetenzorientierte Reifeprüfung im (Wahlpflicht-)Fach Mathematik an AHS (herausgegeben vom BMUKK und koordiniert von den LandesschulinspektorInnen Liebscher und Zeiler im Dezember 2012) wurden im vorliegenden Kompendium sowohl die Bildungs- und Lehraufgaben als auch die Beiträge zu den Bildungsbereichen, überdies die Handlungsdimensionen[1] und last but not least die Komplexitätsdimensionen[1] im Zusammenhang mit den angeführten Inhalten und Handlungen bzw. Vernetzungen und Anwendungen zitiert. Dabei erfolgen diese Korrespondenzen aus Gründen der Lesbarkeit nur beim ersten Auftauchen dieser Items (und ließen sich freilich an zahlreichen weiteren Stellen ebenso dingfest machen).

[1]: Die Inhaltsdimensionen wurden bewusst NICHT angeführt, da sich selbige zum einen leicht anhand der Thementitel ausmachen lassen (wenn auch nicht immer eindeutig, was m.E. aber kein Nachteil ist) und andererseits im WAHL(!)-Pflichtfach aus gutem Grund keine verpflichtende taxative Erfüllung aller Lehrplaninhalte vorgesehen (ja vielmehr überhaupt nicht möglich!) ist. Überdies sei an dieser Stelle auch noch dezidiert angemerkt, dass über das angeführte Dutzend an Themen hinaus auch noch weitere Themen behandelt werden, welche aber aufgrund ihrer Komplexität bzw. Exotizität nicht in den Rahmen einer zehn- bis zwanzigminütigen Prüfung passen (was ja wiederum kein Nachteil ist; schließlich muss ja nicht alles, was behandelt wird, auch geprüft werden!).

Thema 1: **Lineare Gleichungssysteme** von einem höheren Standpunkt aus betrachtet (entsprechend den Anforderungen eines Wahlpflichtgegenstands!!!!!)

Inhalt und Handlung	*Vernetzung und Anwendung*
1. Lineare Gleichungssysteme sowohl von zwei Gleichungen in zwei als auch drei Gleichungen in drei Variablen als einzelne Vektorgleichung interpretieren können, …	
2. … selbige via Nutzung entsprechender elementarer Rechenregeln (→ Einsetzen von Grundkenntnissen und Grundfertigkeiten!) aus der Vektorrechnung (TRANSFER-LEISTUNG!) in eine kompakte(re) Form überführen (REFLEXIONS-LEISTUNG ÜBER ÖKONOMISCHE ASPEKTE MATHEMATISCHER NOTATION!) können, …	• Gleichungssysteme ↔ Vektorgleichung
3. um anschließend unter Anwendung einschlägig (aus dem Regelunterricht) bekannter (und im WPF nochmals soz. unter dem mathematischen Mikroskop sezierter) analytischer Hilfsmittel aus der Vektorrechnung (skalares bzw. vektorielles Produkt im zwei- bzw. dreidimensionalen Fall) in eleganter (Aspekt der Ästhetik der Mathematik, dem im WPF durchaus Zeit gewidmet sein darf) und effizienter Weise Lösungsalgorithmen zu entwickeln (Berücksichtigung des schöpferisch-kreativen Aspekts der Mathematik aus den Bildungs- und Lehraufgaben des Lehrplans, aber auch der Problemlösekompetenz!) bzw. entsprechende Entwicklungslinien nachzuziehen (Reproduktionsleistung), …	• Idee der Variablenelimination von Gleichungssystemen (Plural!) auf eine Vektorgleichung (Singular → mathematischer Reduktionismus!) übertragen und die diesbezügliche Relevanz resp. Schlagkraft des skalaren Produkts bzw. des vektoriellen Produkts sowie des Orthogonalitätskriteriums herausarbeiten können (autonomer Aspekt der Mathematik in dem Sinn, dass auf den ersten Blick disjunkte mathematische Teilgebiete äußerst fruchtbare Synergie-Effekte zustandezubringen vermögen)
4. schließlich noch Auffassen linearer Systeme als Matrix/Vektorprodukte zwecks Formulierung adäquater Regeln auf Basis der in Punkt 3 entwickelten Lösungsalgorithmen (Betonung bzw. Implementierung des sprachlichen Aspekts der Mathematik bei der verbalen Erörterung der sogenannten CRAMERschen Regel) …	• Rekonstruktion von Determinantenstrukturen aus der Geometrie spezifischer Terme (Einsetzen von Reflexionswissen!) welche aus den Lösungsalgorithmen resultieren (pragmatisch-anwendungsorien-tierter Aspekt insofern, alsdass das äußerst reichhaltige methodische Equipment der Mathematik in einer Vielzahl von (oftmals durchaus überraschenden!) Situationen nicht selten DEN adäquaten Beschreibungs- oder Lösungsweg bereitsstellt)
5. sowie systematische Analyse der möglichen Lösungsfälle (erkenntnistheoretischer Aspekt der Mathematik insofern, alsdass nur einige wenige Szenarien überhaupt realisiert werden können, so sind zum Beispiel prinzipiell zwei Lösungen nicht möglich → Grenzen der Erkenntnis, welche uns die Mathematik (nur allzu) oft aufzeigt!)	

Thema 2: **A l g e b r a i s c h e G l e i c h u n g e n** von einem höheren Standpunkt aus betrachtet (entsprechend den Anforderungen eines Wahlpflichtgegenstands!!!!!)	
Inhalt und Handlung	*Vernetzung und Anwendung*
1. Genetische Erschließung quadratischer Gleichungen durch Generierung selbiger als linke Seiten von Klammerprodukten affin-linearer Terme zwecks Motivation für die Existenz dieser Gleichungsform (nebst der – aus prüfungstheoretischer Sicht (vor allem kompetenzorientiert betrachtet!) aber inadäquaten – Sichtweise der kulturell-historischen Manifestation vor bereits über 2000 Jahren im antiken Griechenland, was zwar im Unterrichts-, aber eben (siehe Klammer) NICHT im Prüfungsteil dem kulturell-historischen Aspekt der Mathematik Rechnung trägt) 2. Erarbeitung von Lösungsformeln (⟶ Rechnen, Operieren) ausgehend von unterschiedlichen Voraussetzungen, welche jeweils an spezifische Beobachtungen (auf zunächst empirischer (tw. lerngeschichtlicher) Basis) gebunden sind, Bewertung dieser Problemlöseprozesse, auch unter dem Gesichtspunkt des Vergleichs mit anderen Optionen (⟶ Argumentieren, Begründen)	• Existenz von Lösungen (qualitativer Aspekt) ↔ Berechnung von Lösungen (quantitativer Aspekt) • ALT: Elementare Algebra, Termstrukturen (Binomische Formeln), Aspekt des WIEDER-ERKENNENS entsprechender Strukturen zwecks zielorientiertem Einsatz in adäquaten Situationen ↔ NEU: Quadratische Gleichungen

Thema 3: **Trigonometrie des schiefwinkligen Dreiecks** von einem höheren Standpunkt aus betrachtet (entsprechend den Anforderungen eines Wahlpflichtgegenstands!!!!!)	
Inhalt und Handlung	*Vernetzung und Anwendung*
1. Analyse der Normalprojektion zweier Dreieckseiten auf die verbleibende Dreieckseite (für alle drei möglichen Tripel) unter Verwendung des (elementaren) Cosinus (im rechtwinkligen Dreieck), Beschreiben der Gesamtsituation (also Involvierung aller Seitenlängen und Winkelmaße) in Form eines linearen Gleichungssystems von drei Gleichungen in drei Variablen (⟶ Darstellen und Modellbilden), nämlich den Innenwinkel-maßen sowie Auflösung dieses Systems durch sukzessive Elimination (⟶ Kombinieren vertrauter Methoden), schließlich Kulimination im Cosinus-Satz) 2. Analytische Erfassung aller drei Freiheitsgrade eines Dreiecks auf Basis des SWS-Satzes durch Koordinatisierung und spezielle Anordnung im cartesischen Koordinatensystem, ferner unter Wechselwirkung zwischen cartesischen Koordinaten einerseits und Polarkoordinaten andererseits Berechnung der dritten Seitenlänge, Kulimination im Cosinus-Satz	• Gleichungssysteme ↔ Elementar(!)-Geometrie • Ausweiten der fundamentalen Idee ELIMINATION von zwei Gleichungen in zwei Variablen auf drei Gleichungen in drei Variablen in Form innovativer wechselseitiger Manipulationen dieser drei Gleichungen (⟶ wesentlicher Beitrag zum Bildungsbereich *Kreativität und Gestaltung*) • Cartesische Koordinaten ↔ Polarkoordinaten ↔ Kongruenzsätze aus der Elementargeometrie

Thema 4: **S k a l a r e s P r o d u k t z w e i e r V e k t o r e n** von einem höheren Standpunkt aus betrachtet (entsprechend den Anforderungen eines Wahlpflichtgegenstands!!!!!)	
Inhalt und Handlung	*Vernetzung und Anwendung*
1. Idee des Herstellens von Zusammenhängen durch Vergleich unterschiedlicher Lösungswege am Beispiel des Flächeninhalts eines in ein Koordinatensystem eingebetteten Dreiecks, anschließende Spezialisierung auf die wichtige Klasse rechtwinkliger Dreiecke zwecks Erschließung eines analytischen Kriteriums für Orthogonalität (aufeinander normal stehen), Kulmination in der Geburt des zentralen Begriffs Skalarprodukt sowie simultan der Erkenntnis des Orthogonalitätskriteriums zweidimensionaler Vektoren 2. Detaillierte elementargeometrische Analyse der Unterschiede zwischen Rechteck und Parallelogramm im Hinblick auf deren Diagonallänge(n), Herstellen eines Zusammenhangs und einer rechnerischen Bedingung für die Orthogonalität von (nicht mehr notwendigerweise zweidimensionaler) Vektoren (⟶ erweiterndes Umdefinieren als fundamentale mathematische Idee erkennen!), Kulmination in der Geburt des zentralen Begriffs Skalarprodukt sowie simultan der Erkenntnis des Orthogonalitätskriteriums zweidimensionaler Vektoren	• Elementargeometrische Frage des Flächeninhalts ↕ Geburt eines neuen Begriffs der Vektorrechnung (Determinante) • Geometrie der Terme ((Wieder-)Erkennen eines vollständigen Quadrats) ↕ Geburt eines neuen Begriffs der Vektorrechnung (Skalarprodukt) • ALT: Elementare Algebra, Termstrukturen (Binomische Formeln), Aspekt des WIEDER-ERKENNENS entsprechender Strukturen zwecks zielorientiertem Einsatz in adäquaten Situationen ↕ NEU: Quadratische Gleichungen

Thema 5: **V e k t o r i e l l e s P r o d u k t zweier Vektoren** von einem höheren Standpunkt aus betrachtet (entsprechend den Anforderungen eines Wahlpflichtgegenstands!!!!!)	
Inhalt und Handlung	*Vernetzung und Anwendung*
1. Bestimmung eines gemeinsamen Normalvektors zweier vorgegebener dreidimensionaler Vektoren durch Einbettung in eine adäquate raumgeometrische Situation: $\boxed{\text{Schnittgerade}}$ zweier Ebenen als Träger eines gemeinsamen Normalvektors von je einem Normalvektor der involvierten Ebenen, analytische Beschreibung $\boxed{\text{selbiger}}$ durch Ermittlung zweier Punkte (Prinzip der Variablenreduktion in dem aus dem Ebenenschnitt resultierenden System zweier linearer Gleichungen in drei Variablen), Kulimination im vektoriellen Produkt zweier Vektoren 2. Schließen auf den Satz vom rechten Winkel (aus der konstruktiven/darstellenden Geometrie) als Konsequenz von Orthogonalitätskriterium und Normalprojektion in eine Koordinatenebene, versierte Nutzung dieses Hilfsmittels in (Linear-)Kombination mit der Kippregel (aus der 2(!)D-Vektorgeometrie) zwecks Erhalt entsprechender Orthogonalprojektionen eines gemeinsamen Normalvektors zweier vorgegebener (eine Ebene aufspannende) 3D-Vektoren, Kulimination im vektoriellen Produkt dieser beiden Vektoren	• Konstruktive Geometrie (Darstellende Geometrie) ↔ Analytische Geometrie • Einsatz von Methoden der 2D-Vektorgeometrie in Raumsituationen (aufgrund der Verwendung von Orthogonalprojektionen ⟶ Dimensionsverlust ausnutzen!) • Nutzbarmachen geeigneter BEREITS BEKANNTER raumgeometrischer Szenarien zwecks Entwicklung effektiver Strategien zur Lösung NEUARTIGER Problemstellungen (Kombinieren vertrauter Methoden!)

Thema 6: **U n g l e i c h u n g e n** von einem höheren Standpunkt aus betrachtet (entsprechend den Anforderungen eines Wahlpflichtgegenstands!!!!!)	
Inhalt und Handlung	*Vernetzung und Anwendung*
1. Problematisierung des Umstands, dass die Cosinus-Satzgruppe nach Auflösung der entsprechenden Winkel-Cosinus-Werte nur Termwerte aus dem Intervall]–1;1[annehmen darf (qualitativer und ansatzweise auch schon quantitativer Aspekt) sowie daran anschließende genaue quantitative Analyse der daraus resultierenden Ungleichungskette und schließlich geometrische Interpretation selbiger als sogenannte Dreiecksungleichung (ferner Verbalisierung – also Übersetzung von der formalen Sprache der Mathematik in die deutsche Sprache – dieses Sachverhalts zur klaren Herausarbeitung der Bedeutung dieser fundamentalen Ungleichung, somit wesentlicher Beitrag zum Bildungsbereich *Sprache und Kommunikation*)	• Anwendung von Lehrsätzen der „höheren" Geometrie zwecks Erlangung von elementargeometrischen Erkenntnissen (deduktives Schließen anstelle des sonst in der Schulmathematik üblichen induktiven Schließens als wesentlicher Baustein für das WPF, um tiefer in die Architektur des mathematischen Gebäudes einzudringen)
2. Frage nach der elementaren (also ohne Bezugnahme auf Methoden oder Resultate der Trigonometrie oder analytische Geometrie!) Bestimmung einer Dreieckshöhe unter alleiniger Verwendung der Dreieckseitenlängen und in weiterer Folge der Berechnung des Dreiecksflächeninhalts als ausschließliche Funktion der drei Seitenlängen, Klärung über fundamentale Idee der Partition in einfachere (in diesem Fall: rechtwinklige) Dreiecke (was die Verwendung des Lehrsatzes von Pythagoras ermöglicht: → zielorientiertes Denken durch Nutzung vorhandener Ressourcen!)	• Bewusstmachen der Möglichkeit, aus einer bekannten elementaren Flächeninhaltsformel für Dreiecke eine noch einfachere gewinnen zu können (unter sukzessiver Anwendung des Lehrsatzes von Pythagoras)

Thema 7: **K e g e l s c h n i t t e** von einem höheren Standpunkt aus betrachtet (entsprechend den Anforderungen eines Wahlpflichtgegenstands!!!!!)	
Inhalt und Handlung	*Vernetzung und Anwendung*
1. Raumgeometrische Genese des Kegelschnittstyps Ellipse über die DANDELINschen Kugeln, moderate Algebraisierung der geometrischen Ellipsendefinition durch Hauptlagenbetrachtung, entscheidende Vereinfachung durch jeweilige(!) Betragsquadratur und Verwendung der dritten binomischen Formel zwecks Reduktion auf ein lineares Gleichungssystem (anstelle einer Wurzelgleichung mit zweifach notwendiger Quadratur) zur Erlangung einer Ellipsengleichung (inkl. Bewertung dieses eindeutigen Vorteils!)	• Geometrie der Terme (Binomische Formeln) ↕ Geeignetes Nutzbarmachen in adäquaten Situationen • Elementargeometrie (Strahlensätze) ↔ Analytische Geometrie
2. Abbildungsgeometrische Genese der Ellipse über die Konstruktion von Philippe DE LA HIRE (→ Querverbindung zum ORF-Zeichen!), Erlangen der Ellipsengleichung durch Elementargeometrie (Strahlensätze) sowie der Ellipsentangente durch fundamentale abbildungsgeometrische Prinzipien	• Abbildungsgeometrie (Prinzip "Tangente an die Bildkurve ist gleich dem Bild der Tangente an die Urbildkurve"!) ↔ Analytische Geometrie

Thema 8: **P r o j e k t i v e G e o m e t r i e**	
Inhalt und Handlung	*Vernetzung und Anwendung*
1. Translation einer Ellipse ell in Hauptlage entlang ihrer Hauptachse, sodass ell links von der y-Achse berührt wird, Frage nach der Grenzkurve, die bei Wandern des rechten Focus von ell "in die Unendlichkeit" (Terminus technicus: Fernpunkt) entsteht, wobei der linke Focus fix bleibt, daraus gewonnene Erkenntnis der projektiven Verwandtschaft zwischen Ellipse und Parabel 2. Elementargeometrische Argumentation der Reflexionseigenschaft der Ellipsentangente inkl. der daraus folgenden (alternativen) Leitkreisdefinition der Ellipse, Untersuchung der Transformation jener Leitkreisschar, die sich aus festem linken und gegen den Fernpunkt der Hauptachse strebenden rechten Brennpunkt der Ellipse ergibt, Erkennen der daraus resultierenden Direktrix/Focus-Eigenschaft der aus diesem Grenzprozess aus der Ellipse entstehenden Grenzkurve "Parabel" (inkl. der sich daraus ergebenden technischen Nutzbarmachung für die Wirkungsprinzipien von Nierensteinzertrümmerern bei Ellipsoiden sowie von Satellitenantennen und Scheinwerfern bei Paraboloiden)	• (Analytische) Geometrie der Ellipse (inkl. elementargeometrischer Argumentationslinien) ↕ Geometrie des Kreises (alternative Definition der Ellipse) ↕ Miteinbeziehen von Grenzprozessen in die Geometrie als charakteristischer Wesenszug einer speziellen Art der Geometrie, nämlich der PROJEKTIVEN GEOMETRIE • Beitrag zum Bildungsbereich *Gesundheit und Bewegung*: Nierensteinzertrümmerer • Beitrag zum Bildungsbereich *Mensch und Gesellschaft*: Satellitenantennen • Beitrag zum Bildungsbereich *Natur und Technik*: Scheinwerfer

Thema 9: **Ausgewählte B e w e i s v e r f a h r e n**	
Inhalt und Handlung	*Vernetzung und Anwendung*
1. Erkennen des Prinzips der vollständigen Induktion als ein effektives Verfahren, um Aussagen über natürliche Zahlen FÜR ALLE natürliche Zahlen zu beweisen (via Verwendung einer Metapher unter Bezugnahme auf eine gedachte Leiter mit unendlich vielen Sprossen), womit wir also (weit) über unsere kognitive Vorstellungswelt hinaus geführt werden (freilich nur Kraft dieses Prinzips, unsere Vorstellung bleibt beschränkt, oder wie es Leonhard EULER einst so treffend auf den Punkt gebracht hat: "*Die Mathematik ist es, die uns vor dem Trug der Sinne schützt und uns den Unterschied zwischen Schein und Wahrheit kennen lehrt.*"), Anwendung auf einfache Summenformeln sowie der Bestimmung der Anzahl von Diagonalen in einem konvexen n-Eck 2. Die rekursive Beweismethode als handlungsorientierte Variante (Was passiert von Schritt zu Schritt ?) sowohl zwecks Herleitung einer Formel für die Summe von Quadratzahlen als auch zur elementar-kombinatorischen Ermittlung aller geradlinigen Verbindungen von n Punkten der Ebene (sowohl am Rand als auch innerhalb des entstehenden n-Ecks, welches als konvex angenommen wird)	• Elementare Algebra als ein Werkzeug erkennen und schätzen lernen, welches für die Beweismethode der vollständigen Induktion unerlässlich ist • Rekursion als ein fundamentales mathematisches Prinzip auch zum Führen von Beweisen einzusetzen wissen

Thema 10: **Vektoralgebra**

Inhalt und Handlung	*Vernetzung und Anwendung*
1. Problematisierung der fehlenden Assoziativität beim Bilden des sukzessiven vektoriellen Produkts dreier Vektoren, geometrische Interpretation als Linearkombination des geklammerten geordneten Vektorpaars aus dem Vektortripel, Miteinbeziehen des singulären Vektors über das Orthogonalitätskriterium, schließlich Herleitung der GRASSMANNschen Entwicklungssätze und somit der endgültigen quantitativen Klärung der Frage, unter welcher Bedingung doch Assoziativität besteht	• Rückführung iterierter vektorieller Produkte auf (simplere) skalare Produkte sowie "Zahl mal Vektor"-Produkte (mathematischer Reduktionismus!)
2. Ausführliche Erörterung (und auch Sensibilisierung für das Bewusstwerden der Problematik des Definierens in der Mathematik, hier am Beispiel der Winkelmaße zwischen zwei Ebenen) des Begriffs "Winkel zwischen zwei Ebenen", Aufzeigen der diesbezüglichen Nützlichkeit des GRASSMANNschen Entwicklungssatzes und Erarbeitung der entsprechenden "Vektor-Winkel-Formel"	• Anerkennen der Besonderheit assoziativer Gesetze (eben wegen ihrer alles andere als universeller Gültigkeit – bezogen auf diverse Strukturen innerhalb der Mathematik!)

Thema 11: **Dreiecksgeometrie** von einem höheren Standpunkt aus betrachtet (entsprechend den Anforderungen eines Wahlpflichtgegenstands!!!!!)

Inhalt und Handlung	*Vernetzung und Anwendung*
1. Problematisierung der Besonderheit kopunktaler Geraden, vektoriell-analytische Argumentation (jedoch ohne Verwendung von Koordinaten), warum sowohl die Höhen als auch die Seitensymmetralen jedes Dreiecks je ein Geradenbüschel bilden und Vergleich mit der entsprechenden synthetischen Argumentationslinie bei der Kopunktalität der Streckensymmetralen	• Erkennen der Tragfähigkeit der vektoriellen Methode beim analytischen Führen von Beweisen
2. Überlegungen bezüglich ökonomischer Koordinatisierung der Eckpunkte eines "allgemeinen Dreiecks" zum Nachweis der Kollinearität von Höhenschnittpunkt, Schwerpunkt und Umkreismittelpunkt in jedem Dreieck ("EULERsche Gerade") inkl. abbildungsgeometrischer Begründung, dass dies o.B.d.A. (i.e. ohne Beschränkung der Allgemeinheit) geschieht, schließlich vektoriell-analytischer Beweisführung unter weitestgehender Vermeidung der Verwendung "höherer" (anstatt elementarer!) Methoden, wenn Grundkompetenzen ausreichen (mathematischer Reduktionismus!)	• Bedeutung der Verwendung bzw. des Ablesens von Normalvektoren für bzw. aus parameterfreien Geradengleichungen bei der analytischen Beschreibung bzw. Interpretation elementargeometrischer Sachverhalte

Thema 12: **Z a h l e n t h e o r i e**	
Inhalt und Handlung	*Vernetzung und Anwendung*
1. Teilbarkeit durch 24 beim Produkt von drei aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen anhand elementarer Eigenschaften von Vielfachenmengen natürlicher Zahlen begründen können, Erstellen einer adäquaten Termstruktur, Untersuchung der Quotientendifferenzen und schließlich Herauslesen der daraus gewonnenen Formel für die Summe aufeinanderfolgender Quadratzahlen 2. Kongruenzen von Quadratzahlen modulo 8 unter Verwendung grundlegender Techniken und Resultate der elementaren Algebra (Herausheben, binomische Formeln) untersuchen können, Erkennen einer sich daraus ergebenden alternativen Herleitungsmöglichkeit für sogenannte GAUSSsche Summen via Analyse der Quotientendifferenzen	• Elementare Algebra als ein Werkzeug erkennen und schätzen lernen, welches sowohl für das Beschreiben als auch das Beweisen von Teilbarkeitseigenschaften von fundamentaler/m Bedeutung/Erkenntnisgewinn ist

Wien, im Dezember 2013.

Dr. Robert Resel, eh.
(auch namens der Fachgruppe Mathematik*)

* bestehend aus: (über Dr. R. Resel hinaus!)

Mag. Christa Adelsberger, Mag. Gabriele Fritz, Mag. Helmut Gröpl
Mag. Sonja Hochmann, Christoph Huprich, Mag. Isabella Krenn,
Mag. Karin Mayer, Mag. Erwin Neuwirth, Mag. Michaela Paukner,
Mag. Michaela Putschögl, Mag. Brigitte Schober, Mag. Petra Springnagel,
Mag. Veronika Wischounig sowie last but not least C l a u d i a W a l l a