

# Weitere Übungen zur Stochastik für die dreistündige Schularbeit

8D(Rg), 2009/10

- A) Prof. Riedl hat zusammen mit Prof. Resel auf Grundlage zahlreicher empirischer Daten ein stochastisches Modell für die Arbeitszeit bei der fünfstündigen Englisch-Klausur entwickelt, nämlich: Die in Stunden gemessene Arbeitszeit ist als stetige Zufallsvariable  $X$  mit dem Ereignisraum  $\Omega = [0; 5]$  nach der Dichtefunktion  $\varphi$  mit der Funktionsgleichung  $\varphi(x) = \frac{-1}{625} \cdot (x^4 + 4x^3 - 45x^2)$  verteilt.
- Zeige, dass tatsächlich eine Dichtefunktion vorliegt!
  - Berechne die durchschnittliche Arbeitszeit  $\mu$  auf Minuten genau! Wann tritt sie ein, wenn um 8<sup>06</sup> zu arbeiten begonnen wird?
  - Überprüfe, dass die Standardabweichung  $\sigma$  von  $X$  fast eine Stunden beträgt und verifiziere das exakte Ergebnis  $\sigma^2 = \frac{977}{1008}$ .
  - Nehmen wir an, dass an der Klausur nur 14 Schüler der 8D teilnehmen (wovon wir aber in Wirklichkeit nicht ausgehen wollen!). Bei wie vielen dieser 14 Schüler sollte gemäß dem Modell die Arbeitszeit um maximal  $\sigma$  von  $\mu$  abweichen?
  - Nehmen wir an, dass die 8C und die 8D (also zusammen 32 Schüler) gemeinsam ihre Englisch-Klausur schreiben (wovon in Wirklichkeit keinesfalls die Rede sein kann). Wie viele dieser Schüler werden dem Modell nach mehr als die Hälfte der Arbeitszeit beanspruchen (ohne Taschenrechner!)?

- B) 2011/12 verwendet Prof. Riedl für die heurige 6C ein adaptiertes Modell, und zwar: Die in Stunden gemessene Arbeitszeit ist als stetige Zufallsvariable  $X$  mit dem Ereignisraum  $\Omega = [0; 5]$  nach der Dichtefunktion  $\varphi$  mit der Funktionsgleichung  $\varphi(x) = \frac{-3}{625} \cdot (x^4 - 4x^3 - 5x^2)$  verteilt.
- a) Zeige, dass tatsächlich eine Dichtefunktion vorliegt!
  - b) Berechne die durchschnittliche Arbeitszeit  $\mu$  auf Minuten genau! Wann tritt sie ein, wenn um 8<sup>35</sup> zu arbeiten begonnen wird?
  - c) Überprüfe, dass die Standardabweichung  $\sigma$  von  $X$  fast eine Stunden beträgt und verifiziere das exakte Ergebnis  $\sigma^2 = \frac{97}{112}$ .
  - d) Nehmen wir an, dass das von Prof. Riedl verbesserte Modell auf zwei Schulen mit insgesamt 186 Schülern angewandt wird. Bei wie vielen dieser Schüler sollte gemäß dem Modell die Arbeitszeit um maximal  $\sigma$  von  $\mu$  abweichen?
  - e) Nehmen wir an, dass die heurige 6C und die 6D (wo u.a. auch Tinas Bruder dabei ist) dann in zwei Jahren zu zweiunddreißig(!) gemeinsam ihre Englisch-Klausur schreiben (wovon in Wirklichkeit keinesfalls die Rede sein kann). Wie viele dieser Schüler werden dem Modell höchstens die halbe Arbeitszeit beanspruchen (ohne Taschenrechner!)?