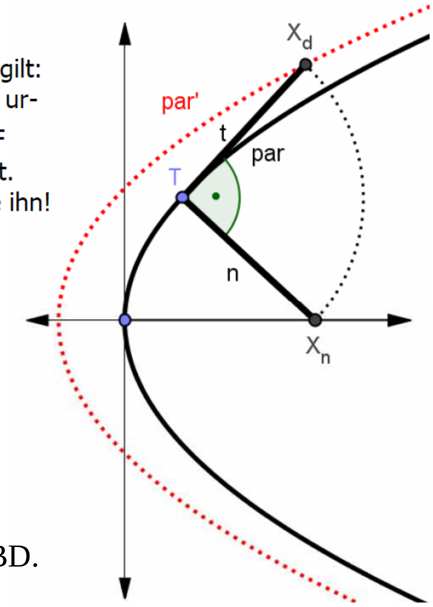
Ergänzende Übungsaufgaben für die dreistündige Schularbeit und die Klausur
aus Mathematik für die Schüler/innen der 8A und des Realistenteils der 8B
Schuljahr: 2012/13
Lehrer: Dr. Resel

1) $y = \varphi(x) = -\frac{7}{160}\cdot x^5 + \frac{11}{20}\cdot x^2$ ist Dichtefunktion einer stetigen Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum $\Omega=[0;2]$, von welcher zu zeigen ist, dass sie Dichtefunktion ist, $\mu=1.4$, $\sigma=0.4$ sowie $P(|X-\mu|<\sigma)\approx\frac{20}{31}$ gilt!

2) In der rechten Figur wurde der Normalenabschnitt eines Parabelpunkts T bis zum Schnittpunkt X_n mit der Parabelachse um +90° in die Tangente gedreht, wodurch der Punkt X_d entsteht, für den dann gilt:
Satz. X_d liegt auf jener Parabel par′, welche durch Verschiebung der ursprünglichen Parabel par um den Vektor $\overrightarrow{FS}$ entsteht, wobei F bzw. S den Parabelbrennpunkt bzw. Parabelscheitel bezeichnet.
Verifiziere diesen Satz am Beispiel des Punkts T(1|6) – oder beweise ihn!

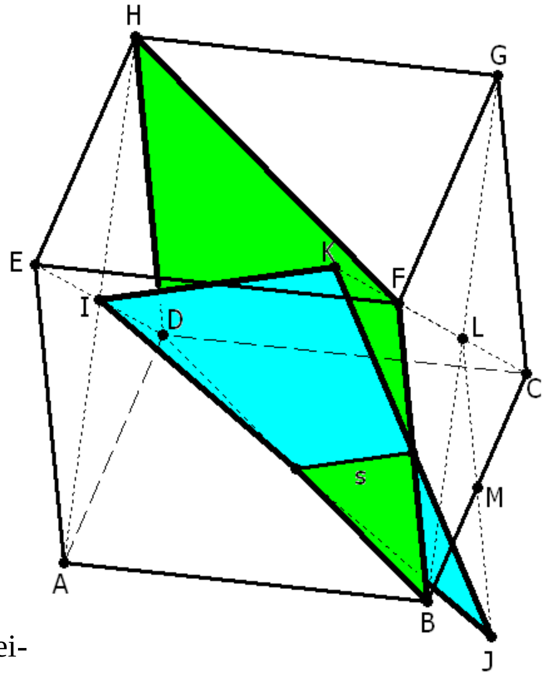


3) Die Seitenlänge des abgebildeten Würfels beträgt 4. M ist ein Kantenmittelpunkt, I und L sind Flächenmittelpunkte. J bzw. K ist der Spiegelpunkt von L an M bzw. von L an F.

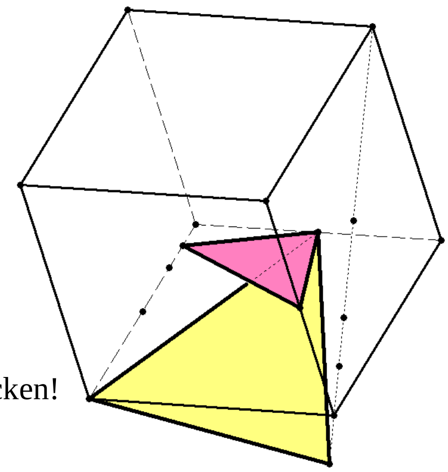
a) Zeige, dass die beiden gefärbten Ebenen einander unter 30° schneiden und ermittle eine Parameterdarstellung ihrer Schnittgeraden s sowie deren Schnittpunkte mit der Würfelkante BF sowie der Flächendiagonale BD.

b) Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte der Ebene ε_{IJK} mit den Würfelkanten BC und EF!

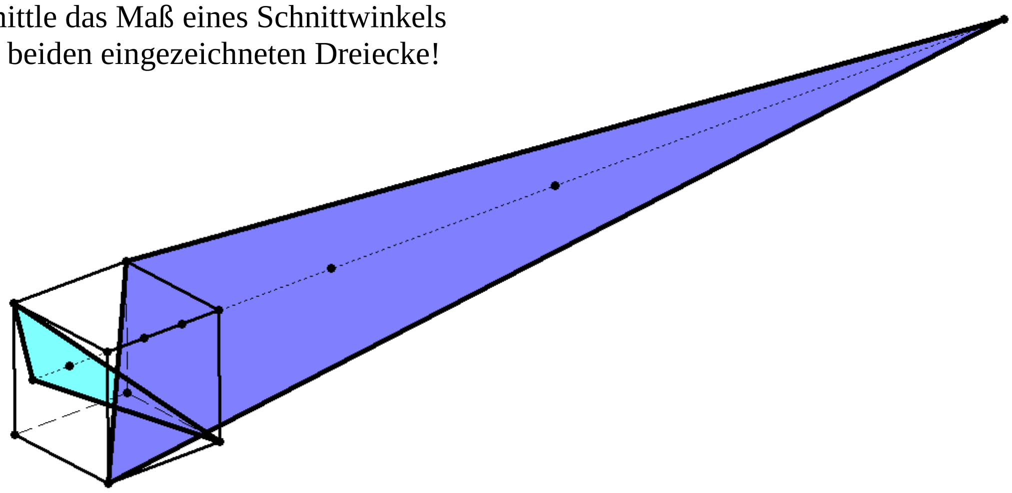
c) Zeige, dass ε_{IJK} die Symmetrieebene der Strecke AM_{DG} ist!



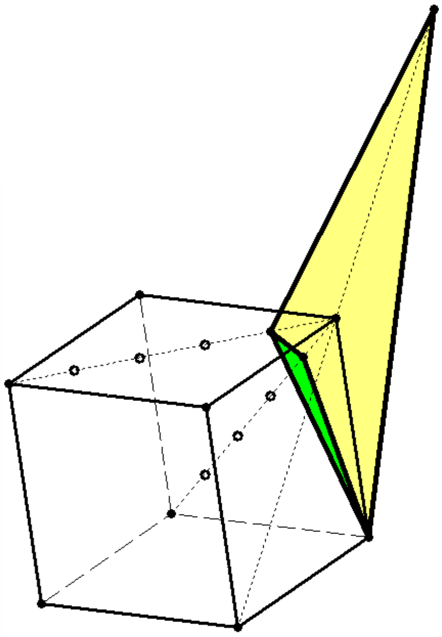
4) Die aus dem nebenstehend abgebildeten Würfel der Kantenlänge 8 abgeleiteten Punkte entstehen alle durch sukzessive Streckenhalbierung sowie eine Spiegelung. Ermittle das Maß des Schnittwinkels zwischen den beiden eingezeichneten Dreiecken!



5) Die aus dem unten abgebildeten Würfel der Kantenlänge 3 abgeleiteten Punkte entstehen alle durch fortlaufende Streckendrittelung sowie sukzessive Spiegelung. Ermittle das Maß eines Schnittwinkels zwischen den Trägerebenen der beiden eingezeichneten Dreiecke!



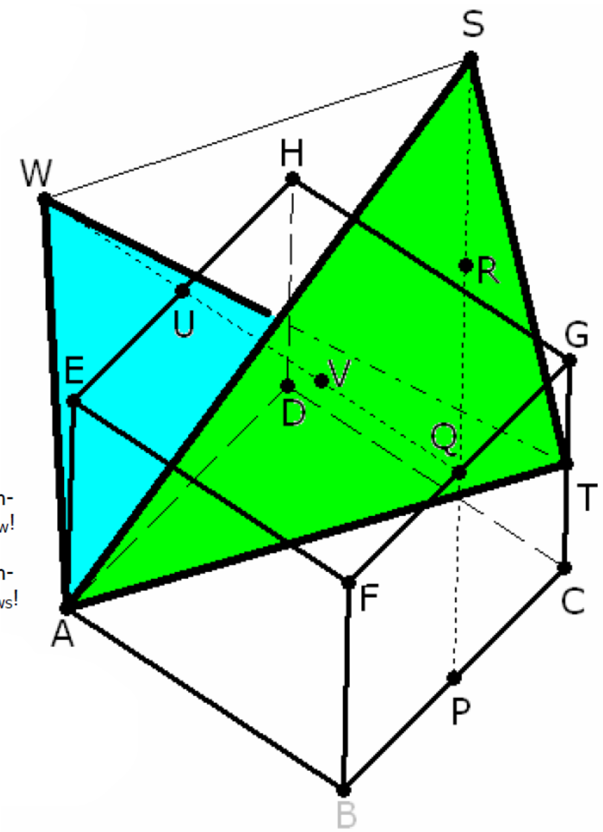
6) Die aus dem rechts abgebildeten Würfel der Kantenlänge 5 abgeleiteten Punkte entstehen alle durch fortlaufende Streckenfünftelung sowie eine Spiegelung. Ermittle das Maß eines Schnittwinkels zwischen den Trägerebenen der beiden eingezeichneten Dreiecke!



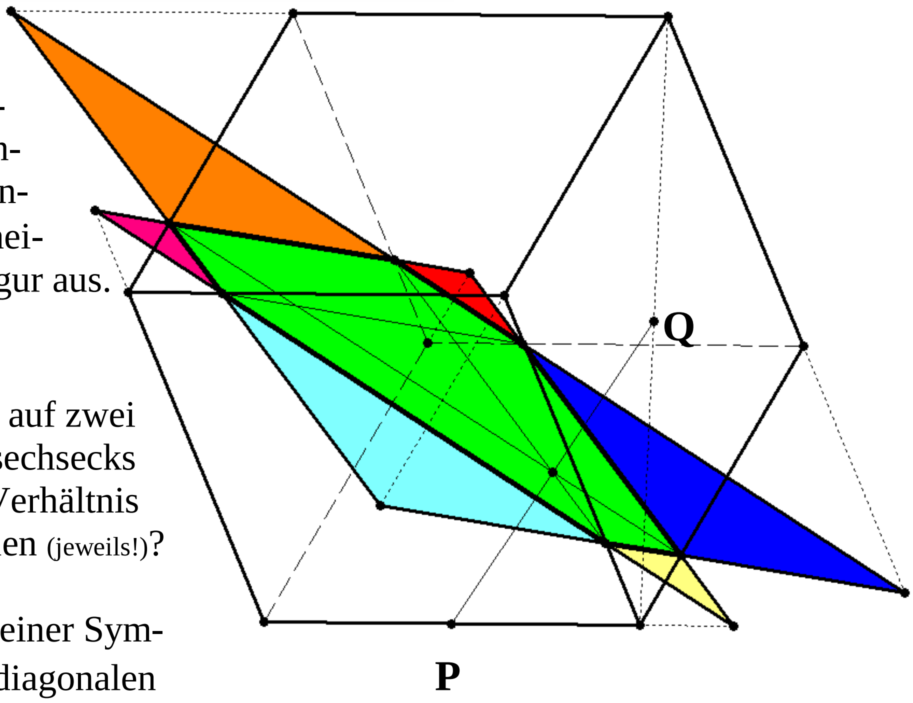
Die Aufgaben 7) bis 8) beziehen sich auf die rechte Figur, wo ein Würfel ABCDEFGH der Seitenlänge 2 abgebildet ist.
P, Q, T und U sind Kantenmittelpunkte.
V ist der Mittelpunkt der Strecke QU,
W ist der Spiegelpunkt von V an U.
R ist der Spiegelpunkt von P an Q, S jener von Q an R.

7) Berechne das Maß des spitzen Schnittwinkels φ zwischen den Ebenen ε_{ATS} und ε_{ATW}!

8) Berechne das Maß des spitzen Schnittwinkels φ zwischen den Ebenen ε_{AWS} und ε_{TWS}!



Die Aufgaben 9) bis 12) beziehen sich allesamt auf die rechte Abbildung, wobei P bzw. Q ein Kanten- bzw. Flächenmittelpunkt eines Würfels der Seitenlänge 8 ist. Die Symmetrieebene σ_{PQ} schneidet aus dem Würfel die abgebildete Figur aus.



9) Zeige, dass M_{PQ} wie abgebildet auf zwei Diagonalen des grünen Schnittsechsecks zu liegen kommt. In welchem Verhältnis teilt M_{PQ} diese beiden Diagonalen (jeweils!)?

10) Wird der Würfel hingegen von einer Symmetrieebene einer seiner Raumdiagonalen (z.B. zu der zu g_{PQ} parallelen) geschnitten, so entsteht (Zeige dies!) ein regelmäßiges Sechseck. Zeige, dass der Flächeninhalt des abgebildeten grünen Sechsecks $\frac{11}{12}$ des Flächeninhalts des regelmäßigen Sechsecks beträgt.

11) Zeige, dass die Flächeninhalte der beiden blauen und des orangen Dreiecks gleich sind!

12) Zeige, dass die Flächeninhalte des beigen, roten und rosa Dreiecks gleich sind!

Wien, im September 2012. Dr. R. Resel, eh.