Doch keine Sorge, gleich wird es interessanter …
↑↑↑↑↑

113) a) Berechne das Produkt [für M.K.: Auch wenn das "fade Arbeit" bedeutet, wie sie eigentlich momentan deine Brüder machen!] $(x^2+x-20)\cdot(x+20)$!
↓↓↓↓↓↓↓↓↓

b) Ermittle die Koordinaten der →→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→

***relativen Extrempunkte*** des Graphen der Funktion $\boxed{y=f(x)=\frac{x^3+800}{x+14}}$.

Klassifiziere ***selbige*** und begründe dies jeweils analytisch oder geometrisch!

Doch keine Sorge, gleich wird es anspruchsvoller!
↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑

114) a) Berechne das Produkt [für Manuel: Auch wenn das "fade Arbeit" bedeutet, wie sie eigentlich momentan deine Schwester macht!] $(x^2-6x-27)\cdot(x+6)$!
↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓

b) Ermittle die Koordinaten der →→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→

***relativen Extrempunkte*** des Graphen der Funktion $\boxed{y=f(x)=\frac{x^3+81}{x^2-21}}$.

Klassifiziere ***selbige*** und begründe dies jeweils analytisch oder geometrisch!

115) Gegeben ist die rationale Funktion mit der Funktionsgleichung $\boxed{y=f(x)=58320000\cdot\frac{x^2+5}{(x+7)^4}}$.

a) Ermittle die Nullstellen der ersten Ableitungsfunktion (und bestimme wenn möglich schon die ggf. damit korrespondierenden Extrempunkte inkl. Klassifikation).

b) Ermittle die Koordinaten der Wendepunkte von $\Gamma_f$ inkl. Klassifikation [und klassifiziere spätestens jetzt – so nicht schon in a) geschehen! – die Extrempunkte] und skizziere $\Gamma_f$ (informative Beschriftung!)!

116) Für jeden Wert des Parameters t ist durch $y=f(x)=\frac{x^3}{(x-t)^2}$ eine rationale Funktion f gegeben.

Setze für die folgenden Aufgabenstellungen t=12 oder rechne allgemein mit dem Parameter:

Diskutiere f und skizziere $\Gamma_f$ (informative Beschriftung!) insbesondere unter Beachtung folgender Punkte:

a) Kontrolliere, dass $a_2$: $y = x + 2t$ (bzw. $a_2$: $y = x + 24$) eine Gleichung der Schrägasymptote von $\Gamma_f$ ist.

b) Verifiziere, dass f für $x\in\mathbb{R}^+\setminus\{t\}$ [bzw. für $x\in\mathbb{R}^+\setminus\{12\}$] den Differentialgleichungen

$$y'=\sqrt{\frac{y}{x}}-\frac{ty}{x^2}+\frac{2t^2x}{(x-t)^3}\left[\text{bzw. } y'=\sqrt{\frac{y}{x}}-\frac{12y}{x^2}+\frac{288x}{(x-12)^3}\right] \text{ und } y''=\frac{6ty^2}{x^5}\left[\text{bzw. } y''=\frac{72y^2}{x^5}\right] \text{ genügt!}$$

Vgl. den Hinweis
zu Aufgabe 113
im SÜ-Heft!
↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑

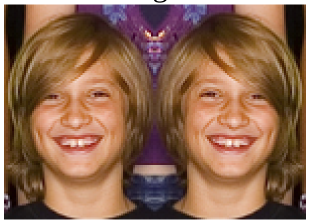
c) Beweise bzw. rechne nach, dass die Schrägasymptote von $\Gamma_f$ (quasi "zwischendurch") im Punkt $P(\frac{2t}{3}|\frac{8t}{3})$ [bzw. ….. ] geschnitten wird und dass die Tangente $t_P$ an $\Gamma_f$ in P mit $\Gamma_f$ außerdem noch den Punkt $Q(\frac{4t}{3}|\frac{64t}{3})$ [bzw. ….] gemeinsam hat.

↑↑↑
Selbst!!

↑↑↑
Selbst!!

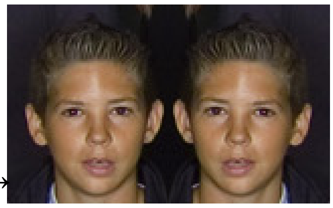
d) Zeige, dass ***die Steigungen von $t_P$ und $t_Q$*** unabhängig von der Wahl des Parameters t sind, indem du ***selbige*** einfach berechnest!

Doch keine Sorge, gleich wird es gehaltvoller!
↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑



117) a) Berechne das Produkt [für "$\sqrt{\text{ANS}}$-man"]: Auch wenn das "fade Arbeit" bedeutet, wie sie eigentlich momentan dein Bruder macht!] $(x^2–4x–12)\cdot(x–3)$!
↓↓↓↓↓↓↓↓↓

b) Ermittle die Koordinaten der →→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→ ***relativen Extrempunkte*** des Graphen der Funktion $\boxed{y = \frac{x^3-72}{3x-14}}$.
Klassifiziere ***selbige*** und begründe dies jeweils analytisch oder geometrisch!



118) a) Berechne das Produkt [für Rafi: Auch wenn das "fade Arbeit" bedeutet, wie sie eigentlich momentan dein Bruder macht!] $(x^2+4x–5)\cdot(x–4)$!
↓↓↓↓↓↓↓↓↓

b) Ermittle die Koordinaten der →→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→ ***relativen Extrempunkte*** des Graphen der Funktion $\boxed{y = f(x) = \frac{x^3-10}{x^2-7}}$.
Klassifiziere ***selbige*** und begründe dies jeweils analytisch oder geometrisch!

119) Gegeben ist die rationale Funktion mit der Funktionsgleichung $\boxed{y = f(x) = \frac{x^4-9}{x^2-5}}$.

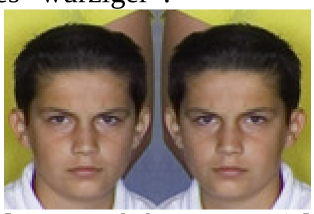
a) Ermittle die Nullstellen der ersten Ableitungsfunktion und bestimme [wenn möglich, sonst via b)!] schon die ggf. damit korrespondierenden Extrempunkte inkl. Klassifikation. Skizziere $\Gamma_f$ (informative Beschriftung!)!

Schadet zur Übung aber keinesfalls [und ist Grundlage für c)!]!
↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑

b) Wenn nötig: Bilde die zweite Ableitungsfunktion und benutze selbige zur Klassifikation der potentiellen Extremstellen/Extrempunkte aus a)! Skizziere $\Gamma_f$ (informative Beschriftung!)!

c) Erkläre ohne jegliche Rechnung (Erläuterungen und SKIZZEN!):
- Ø Wie viele Wendestellen muss f mindestens (In welchem/n Intervall/en ist dies zwingend? Begründe!) bzw. kann f höchstens (Begründung!) aufweisen?
- Ø *Wie viele weitere gemeinsame Punkte könnte jede der Wendetangenten von $\Gamma_f$ scheinbar (durch grobe Betrachtung einer qualitativ orientierten Skizze!) höchstens mit $\Gamma_f$ haben?* Warum kann dieser "maximale" Fall nicht eintreten und wie lautet daher die eindeutige Antwort auf *die(se) Frage*?

Doch keine Sorge, gleich wird es "würziger"!
↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑



120) a) Berechne das Produkt [für Tina: Auch wenn das "fade Arbeit" bedeutet, wie sie eigentlich momentan dein Bruder macht!] $(x^2+3x–108)\cdot(x+36)$!
↓↓↓↓↓↓↓↓↓
→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→

b) Ermittle die Nullstellen der ersten Ableitungsfunktion von $\boxed{y = f(x) = \frac{x^3-972}{(x-13)^4}}$ und bestimme [wenn möglich, sonst via c)!] schon die ggf. damit korrespondierenden Extrempunkte inkl. Klassifikation. Skizziere $\Gamma_f$ (informative Beschriftung!)!

Schadet zur Übung aber keinesfalls [und ist Grundlage für d)!]!
↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑

c) Wenn nötig: Bilde die zweite Ableitungsfunktion und benutze selbige zur Klassifikation der potentiellen Extremstellen/Extrempunkte aus b)! Skizziere $\Gamma_f$ (informative Beschriftung!)!

d) Erkläre ohne jegliche Rechnung (Erläuterungen und SKIZZEN!):
- Ø Wie viele Wendestellen muss f mindestens (In welchem/n Intervall/en ist dies zwingend? Begründe!) bzw. kann f höchstens (Begründung!) aufweisen? Worin besteht hier der wesentliche Unterschied zur Aufgabe 119)?
- Ø Wie viele weitere gemeinsame Punkte könnte jede der Wendetangenten von $\Gamma_f$ prinzipiell mit $\Gamma_f$ haben? Welcher Fall tritt jeweils ein? Begründe!

121) Gegeben ist die rationale Funktion mit der Funktionsgleichung $\boxed{y=f(x)=740880000\cdot\frac{x^2+5}{(x+11)^4}}$.

a) Ermittle die Nullstellen der ersten Ableitungsfunktion (und bestimme wenn möglich schon die ggf. damit korrespondierenden Extrempunkte inkl. Klassifikation).

b) Ermittle die Koordinaten der Wendepunkte von $\Gamma_f$ inkl. Klassifikation [und klassifiziere spätestens jetzt – so nicht schon in a) geschehen! – die Extrempunkte] und skizziere $\Gamma_f$!

122) a) Lege im Punkt $P(1/y_P)$ der Kurve $\nu$ mit der Gleichung $\nu: y=\frac{57}{100}\cdot x^3$ die Tangente an $\nu$ und ermittle die Koordinaten des zweiten gemeinsamen Punkts Q von $t_P$ mit $\nu$.

b) Bereche das Maß jenes Winkels $\varphi$, unter dem $\nu$ in Q von $t_P$ geschnitten wird.

123) Beweise: Unabhängig von der Wahl des Parameters a in der Schargleichung $y=\frac{x^3}{x^2+a^2}$ haben die Wendetangenten jeder Kurve <u>konstante Steigungen</u>. Wie groß sind <u>diese</u>?

124) a) Berechne die Koordinaten der Wendepunkte der Kurve mit der Gleichung $y=\frac{kx^3}{x^2+a^2}$ (wobei a und k reelle Parameter sind) in Abhängigkeit von a und k.

b) Zeige, dass alle Wendepunkte der Kurve auf einer Gerade g liegen, deren Gleichung nicht von a abhängt!

c) Stelle eine Gleichung der schrägen Asymptote der Kurve auf.
Kontrolliere, dass der Parameter a auch hier nicht mehr vorkommt!

d) Berechne für den Wert $\boxed{k=0{,}07}$ das Maß des spitzen Schnittwinkels zwischen g und der schrägen Asymptote!

125) **Klasse: 7C(Rg)** **28. 03. 2008**

**1. Schularbeit (zweistündig)**

**<u>Pflichtmodul PM4:</u>** *Differentialrechnung*

$$\boxed{y=f(x)=3\cdot\frac{x^4+7}{x^3-5}}$$

1) a) Rechne nach, dass folgende Identität gilt:
$(x^2-2x-3)\cdot(x^2+2x+7)=x^4-20x-21$

b) Ermittle unter Verwendung des Resultats aus a) die Koordinaten der Extrempunkte (inkl. Klassifikation mittels zweiter Ableitung) des Graphen der Funktion f mit nebenstehender Funktionsgleichung! *Mit dem Hinweis, dass bei x=0 keine Extremstelle, sondern eine Wendestelle vorliegt, kann die dritte Ableitung entfallen!* ☺

126) **<u>Aus der gleichen Schularbeit wie Übungsbeispiel 125):</u>**

3) a) Zeige, dass der Graph der Funktion $\varphi$ mit der Funktionsgleichung $\boxed{y=\varphi(x)=\frac{16}{x^3}+\frac{32}{x^2}+\frac{24}{x}}$ einen Flachpunkt F besitzt!

b) Stelle eine Gleichung der Flachpunkttangente $t_F$ auf und kontrolliere deren **Hyperoskulationseigenschaft** mit $\Gamma_\varphi$ in F.

127) **<u>Aus der gleichen Schularbeit wie die Übungsbeispiele 125) und 126):</u>**

4) a) Bestimme den Parameter a in nebenstehender Funktionsgleichung derart, dass $x=-4$ eine Nullstelle von g ist!

$$\boxed{y=g(x)=x^4-18x^2+ax}$$

b) Berechne die restlichen Nullstellen sowie die Wendestellen (inkl. Klassifikation, jedoch ohne y-Koordinaten der Wendepunkte) von g (keine Dezimalzahlen, sondern Wurzelausdrücke verwenden!).

c) Stelle in $P(3|y_P)$ eine Gleichung der Tangente $t_P$ an $\Gamma_g$ auf und berechne die Koordinaten weiterer gemeinsamer Punkte von $t_P$ und $\Gamma_g$. Interpretiere das Ergebnis!

128) **Schularbeitsbeispiel der 7B(G) vom April 2008:**

3) a) Zeige, dass der Graph der Polynomfunktion g mit der Funktionsgleichung $\boxed{y = g(x) = x^5 + 5x^4 + 135x}$ einen Flachpunkt F und einen Sattelpunkt aufweist und berechne die Koordinaten dieser beiden Punkte, wobei der Sattelpunkt mittels dritter Ableitung auch zu klassifizieren ist.

b) Stelle eine Gleichung der Flachpunkttangente $t_F$ auf, weise in F die **Hyperoskulation** zwischen $t_F$ und $\Gamma_g$ nach und berechne die Koordinaten des zweiten gemeinsamen Punkts P von $t_F$ und $\Gamma_g$!

c) Haben $\Gamma_g$ und die Sattelpunkttangente noch weitere gemeinsame Punkte (Nachweis!)?

129) **… aus der gleichen Schularbeit wie Übungsbeispiel 128):**

4) Rechne nach, dass die rationale Funktion R mit nebenstehender Funktionsgleichung →→ untenstehende Differentialgleichung erfüllt!

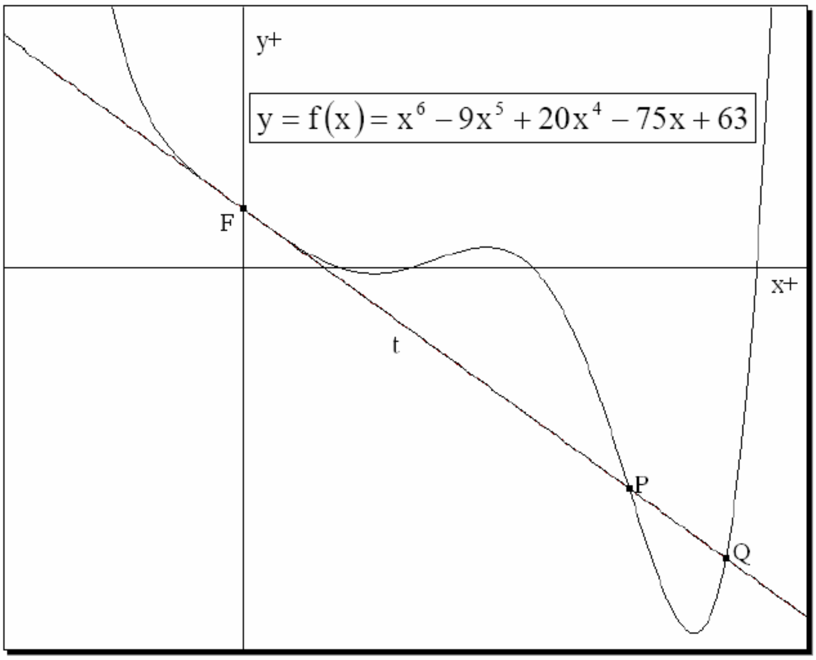
$$\boxed{y = R(x) = \frac{x^2}{x^5+1}}$$

↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓

$$\boxed{y' = \frac{5y^2}{x^3} - \frac{3y}{x}}$$

130) **… und noch eine Polynomfunktion sechsten Grades [nach 111) und 112)!]:**

In nebenstehender Abbildung ist der Graph der Funktion f mit der gerahmten Funktionsgleichung veranschaulicht.



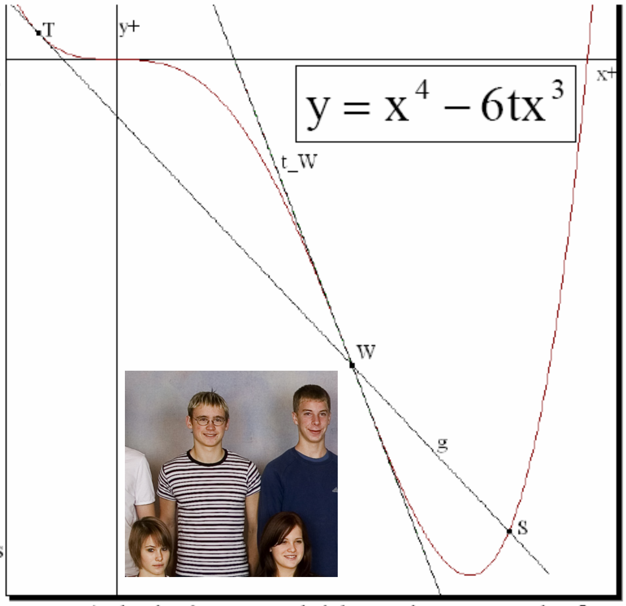

a) Zeige, dass $\Gamma_f$ einen Flachpunkt F sowie zwei Wendepunkte aufweist und berechne die Koordinaten dieser drei Punkte!

b) Weise in F die Hyperoskulation zwischen $\Gamma_f$ und der Flachpunkttangente t nach und berechne die Koordinaten ***weiterer gemeinsamer Punkte*** von $\Gamma_f$ und t. Wie viele kann es ***derer*** geben (Begründung!)?

c) Zeige, dass einer der beiden Schnittpunkte P und Q mit einem der beiden Wendepunkte zusammenfällt!

131) **<u>… und schließlich die letzten beiden (vier) Fotomodels:</u>**

In der rechten Abbildung ist ein Vertreter der durch die gerahmte Gleichung definierten Kurvenschar zu sehen.




a) Berechne die Koordinaten des gewöhnlichen Wendepunkts W und stelle auch eine Gleichung der Wendetangente $t_W$ auf!

b) Zeige, dass die Gerade $g_{SW}$ [mit $S(5t|y_S)$] eine Tangente an die Kurve ist und berechne die Koordinaten des Berührungspunkts T!

c) Berechne für den Scharparameterwert $t = \frac{4}{5}$ das Maß des spitzen Schnittwinkels φ zwischen $g_{SW}$ und $t_W$!

d) Schoko, Steve, Theresa und Alex (Foto rechts!) aus der 8D, Rg (2009/10) behaupten aufgrund angestellter Kalkulationen aus der Integralrechnung, dass die von g und dem Kurvenbogen von W nach S begrenzte Fläche einen Inhalt von $\frac{168}{5} \cdot t^5$ aufweist. Könnte das stimmen [Hinweis: Tiefpunkt T miteinbeziehen, Dreieck und Trapez (zwei Eckpunkte auf Tiefpunkttangente!) als ein- bzw. umschriebene Figur verwenden!]?

132) **Klasse: 7C(Rg)** **25. 04. 2008**

# 1. Schularbeit (zweistündig)

## <u>Pflichtmodul PM4:</u> *Differentialrechnung*

Nachtragstermin für Emmerich LOMOSCHITZ

1) a) Rechne nach, dass folgende Identität gilt: $(x^2-2x-9)\cdot(x^2+16x+64) = x^4+14x^3+23x^2-272x-576$

b) Zeige unter Verwendung des Resultats aus a), dass der Graph der Funktion f mit der Funktionsgleichung $\boxed{y = f(x) = \frac{1}{1024}\cdot\left(2x^6+42x^5+115x^4-2720x^3-17280x^2\right)}$ einen Flachpunkt F aufweist.

c) Kontrolliere, ob f *potentielle(!) Wendestellen* aufweist und gib *diese* gegebenenfalls an (Überprüfung mittels 3. Ableitung kann entfallen!). Verwende Wurzelausdrücke, keine Dezimalzahlen!

d) Weise die Hyperoskulation zwischen $\Gamma_f$ und der Flachpunkttangente $t_F$ in F nach und berechne die *x-Koordinaten weiterer gemeinsamer Punkte* von $\Gamma_f$ und $t_F$ (Für *letztere* Wurzelausdrücke verwenden, keine Dezimalzahlen!).

133) **<u>… eine weitere Polynomfunktion vierten Grades … :</u>**

Von einer Polynomfunktion vierten Grades f mit der Funktionsgleichung $y = f(x) = x^4 - 4x^3 + ax^2 - 9x$ kennt man die Nullstelle $x = 3$.

a) Berechne a sowie die restlichen Nullstellen (Wurzelausdrücke verwenden, keine Dezimalzahlen!).

b) Zeige, dass $\Gamma_f$ einen Flachpunkt F aufweist!

c) Weise in F die Hyperoskulation zwischen $\Gamma_f$ und seiner Flachpunkttangente nach!

134) **… aus der gleichen Schularbeit wie Übungsbeispiel 132):**

3) Stelle in der linken Nullstelle N des Graphen $\Gamma_\varphi$ der Funktion $\varphi$ mit der Funktionsgleichung $\boxed{y=\varphi(x)=\frac{6}{x}+\frac{8}{x^2}-\frac{8}{x^3}}$ eine Gleichung der Tangente $t_N$ auf und berechne die Koordinaten weiterer gemeinsamer Punkte von $t_N$ und $\Gamma_\varphi$. Interpretiere das Ergebnis!

135) **… aus der gleichen Schularbeit wie Übungsbeispiel 132):**

4) Gegeben ist die rationale Funktion g mit nebenstehender Funktionsgleichung.

$$\boxed{y=g(x)=\frac{x^2-2x-8}{x-6}}$$

a) Berechne die Nullstellen $x_1$ und $x_2$ von g!

b) Ermittle die Extremstellen $x_3$ und $x_4$ von g und bestimme (inkl. Klassifikation mittels zweiter Ableitung!) die Koordinaten der entsprechenden Extrempunkte $E_1(x_3|y_3)$ und $E_2(x_4|y_4)$!

c) Kontrolliere anhand deiner Resultate aus a) und b) am konkreten Beispiel der vorliegenden Funktion g die folgenden für Funktionen der Bauart $y=g(x)=\frac{x^2+px+q}{x-r}$ allgemeingültigen Formeln (wobei $x_1, x_2, x_3, x_4, y_3$ und $y_4$ die gleiche Bedeutung wie in a) und b) haben!] :

$\boxed{y_3=2x_3-x_1-x_2}$, $\boxed{y_4=2x_4-x_1-x_2}$, $\boxed{g''(x)=\frac{2(x_3+r)^2}{(x+r)^3}=\frac{2(x_4+r)^2}{(x+r)^3}}$

136) Klasse: 7A(Rg) **3. Schularbeit (zweistündig), Nachtragstermin** 24. 03. 2003

## Aufgabe 1 (Rationale Funktion):

Für rationale Funktionen mit Funktionsgleichungen nebenstehender Bauart gelten die folgenden Sätze:

$$\boxed{y=f(x)=\frac{x+a}{(x+b)^2}}$$

**SATZ 1.** Der Extrempunkt E von $\Gamma_f$ liegt auf der Kurve mit der Gleichung $y=\frac{1}{4(x+a)}$.

**SATZ 2.** Der Wendepunkt W von $\Gamma_f$ liegt auf der Kurve mit der Gleichung $y=\frac{2}{3(x+b)}$.

**SATZ 3.** Der zweite gemeinsame Punkt S von $\Gamma_f$ und der Tangente in der Nullstelle von f liegt auf der Kurve mit der Gleichung $y=\frac{2}{x+b}$.

**SATZ 4.** $\boxed{x_S=4x_E-3x_W}$

**SATZ 5.** $\boxed{y_S:y_E:y_W=(-72):9:8}$

Bestätige all dies am konkreten Beispiel der Funktion f mit $\boxed{y=f(x)=\frac{x+2}{(x+1)^2}}$!

**Gutes Gelingen beim Lösen dieser schönen Aufgaben!**

Wien, im Mai 2008. Dr. Robert Resel, e. h.

Hinweise zum (lohnenden!) Üben:

- **<u>Folgende 45 Aufgaben</u>** werden sicher in Schulübungen bearbeitet werden: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 14, 15, 19, 20, 27, 29, 32, 33, 34, 47, 48, 49, 50, 64, 65, 66, 73, 76 (tw.), 78, 79, 81, 84, 88, 94, 96, 97, 98, 101, 102, 106, 110, 113, 114, 115, 120
- **<u>Folgende 3 Aufgaben</u>** werden je nach verfügbarer Zeit (welche umso weniger wird, je mehr ich so manchen von euch unnötig lange alles "aus der Nase ziehen muss", deshalb: AM RIEMEN REISZEN!!) eventuell im Unterricht besprochen [Falls sich dies nicht ausgeht, bleiben sie euch als Übungsaufgaben, was bedeutet: Letztendlich ist die ganze Sache also ein Nullsummenspiel, nur solltet Ihr mit euren 16 bis 17 Jahren jetzt so weit Reife und Vernunft entwickelt haben, dass ihr die ohnehin nur äußerst spärlich vorhandene Unterrichtszeit sinnvoll nutzt und mit mir gemeinsam am Stoff arbeitet. Wer sich sträubt, läuft sozusagen ins "offene mathematische Messer" und kann sich im Dickicht der Analysis äußerst schnell verlieren, was dutzende Wiederholungsprüflinge belegen, deren Anzahl in der 7. Klasse (*in den meisten Fällen wegen der falschen Einstellung*!) verglichen mit den Klassen darunter unverhältnismäßig stark zunimmt, wofür ihr ja nicht auf Gedeih und Verderb ein weiteres (statistisches Fall-)Beispiel liefern müsst!]: 11, 92, 111

Insgesamt 14 Hausübungen, wobei die im Folgenden aufgelisteten Aufgaben genau in der Reihenfolge der aufgetragenen Hausübungen angeführt sind! ↑↑↑↑↑↑↑↑↑

3. HAUSÜBUNG ↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓

- **<u>Folgende 30 Aufgaben</u>** werden im Laufe des Jänners, Februars und März als Hausübung aufgegeben: 9, 13, 21, 22, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 51, 52, 53, 54, 60, 61, 67, 68, 74, 76 (tw.), 95, 93, 99, 103, 107, 117, 116

↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓ 4. HAUSÜBUNG ↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓ 5. HAUSÜBUNG

Die restlichen 59 [bis 62, *vergleiche* (**<u>prophylaktische!</u>**) *Moralpredigt im zweiten Punkt der Hinweise!*] Aufgaben sind als Übungsaufgaben gedacht und sollen auch als solche verstanden und **<u>aktiv(!) verwendet</u>** (<u>MATHEMATIK IST NUN EINMAL KEIN "ZUSCHAUERSPORT"</u>!) werden! Bei Fragen und Problemen stehe ich euch jede Woche in der Schülersprechstunde zur Verfügung, die ausreichend zu nutzen in eurer Verantwortung liegt!!

# Lösungen zu ausgewählten Übungsbeispielen für die 1. Schularbeit (zweistündig), Teil 1

## 7D, Realgymnasium, SS 2009

16) $f'(x) = 4x^3 - 12x^2$

17) $f'(x) = -4x^3 + 6x^2 - 2t$

18) $f''(x) = -12x^2 + 12x$, Rest selbst (Lösen eines Sonderfalls einer quadratischen Gleichung → 3. Klasse!!!)

23) $f'(x) = 4x^3 - 22x$

24) $f''(x) = 12x^2 - 22$, Rest selbst (Biquadratische Gleichung → 5. Klasse!)

25) $f'(x) = 4x^3 - 36x^2 + 60x + 100$

26) $f''(x) = 12x^2 - 72x + 60$, Rest selbst (Lösen einer quadratischen Gleichung → 5. Klasse!!)

28) $f'(x) = 2x - \frac{36}{x^2}$

30) $f'(x) = \frac{-169344x}{(x^2+432)^2}$

31) $f''(x) = \frac{508032(x^2-144)}{(x^2+432)^3}$

# Lösungen zu ausgewählten Übungsbeispielen für die 1. Schularbeit (zweistündig), Teil 2

**7D, Realgymnasium, SS 2009**

55) $f'(x) = \frac{-bx^2 + 2(a-c)x^2 + b}{(x^2+1)^2}$

57) $f'(x) = \frac{1-2x^3}{(x^3+1)^2}$

59) $f'(x) = \frac{6x^2(x^3-2)}{(x^3+1)^3}$, Rest selbst (Produkt-Null-Satz!)

62) $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{x}$, $g'(x) = \frac{-12\sqrt{6}}{x^2}$

63) Lösung von f(x) = g(x) selbst … $\Rightarrow$ … x = 6,
Rest wieder selbst, Hinweis:
1) für Schüler der 4B oder 4D (2004/05): Ergibt das Produkt der Steigungen zweier Geraden –1, dann …
2) für Schüler der 4A, 4C oder 4E (2004/05): Kippregel oder Skalares Produkt der RVen der Tangenten

75) $N_1(0|0)$, $N_1(15|0)$, $N_2(24|0)$, $H(6|y_H)$, $W(13|y_W)$, $T(20|y_T)$

77) a) Selbst!
b) $W\left(-\frac{q}{3}\middle|\frac{20bq^3}{27}\right)$, $f'\left(-\frac{q}{3}\right) = \frac{2bq^2}{3}$
c) Folgt aus b)!

80) $W_1(0|t)$, $W_2(1|1-t)$

82) Hinweis: Ansatz ähnlich wie in Aufgabe 77)! Noch Fragen? $\Rightarrow$ Schülersprechstunde!

86) f: $N_1=N_2=T(-1|0)$, $W(1|11/5)$, $S(5|27/5)$
g: $S(1|-11/5)$, $W(5|-27/5)$, $T(7|32/5)$

89) c) $T(3|-27a)$, $W(2|-16a)$, h) $S(-2|48a)$, i) selbst!!!, j) 16°, k) 2°

90) a) $N_1=N_2=N_3=S(0|0)$, $T\left(3t\middle|-\frac{27\sqrt{2}}{16} \cdot t\right)$, $W\left(2t\middle|-\sqrt{2} \cdot t\right)$, $N_4(4t|0)$
b) $f'(2t) = \ldots = -\sqrt{2}$ , Rest selbst!
c) Nein! Begründung und(!)[/oder] Rechnung selbst!

91) $y = f(x) = \frac{1}{128} \cdot (x^4 - 12x^3 + 54x^2 + 148x + 81)$, $N_1=N_2=T(-1|0)$, vollständige Lösung auf Anfrage bei mir

92) Bei Interesse in der Sprechstunde!

100) a) $S_1=N_1=N_2=N_3(0|0)$, $S_2(a|b)$, c) 4°

# Lösungen zu ausgewählten Übungsbeispielen für die 1. Schularbeit (zweistündig), Teil 3

## 7D, Realgymnasium, SS 2009

104) b) F(–2|–352), c) W(4|–4096) ist RLW, d) zweiter Kurvenpunkt auf Flachpunkttangente: P(8|2048)

105) b) F(4|704), c) Sattelpunkt S(–2|–672), d) zweiter Kurvenpunkt auf Flachpunkttangente: P(–6|–14496)

108) a) F(1|1), b)/c): keine weiteren Kurvenpunkte auf $t_F$, d) auf $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ streng monoton fallend, links von der y-Achse negativ gekrümmt, rechts von der y-Achse positiv gekrümmt, keine Schnittpunkte mit der x-Achse

109) a) F(2|–192), d): Hoch- bzw. Tiefpunkt links bzw. rechts von der y-Achse, daher links von der y-Achse negativ gekrümmt, rechts von der y-Achse positiv gekrümmt, vier Schnittpunkte mit der x-Achse

111) $F_1(-1|1)$, $F_2(1|1)$

112) Bei Interesse in der Sprechstunde!

118) $H_1(-5/-7.5)$, $T_1(0/\frac{10}{7})$, $H_2(1|1.5)$, $T_2(4/6)$

119) $T_1(-3/18)$, $H_1(-1/2)$, $T_2(0/1.8)$, $H_2(1/2)$, $T_3(3/18)$

120) $T_1\left(-36\middle|-\frac{972}{117649}\right)$, $H\left(-12\middle|-\frac{108}{15625}\right)$, $T_2\left(9\middle|-\frac{243}{256}\right)$

121) T(1/214375), $W_1(3|270000)$, H(10/400000), $W_2(19/334768)$

122) Q(-2|-114/25), φ=22° (passend zum Bezirk! ☺)

123) 9/8 bzw. 0

124) 1°

125) bis 136): Überall Proben möglich bzw. Schüler der 8B(G) bzw. 8C(Rg) fragen!

Wien, im Mai 2008. Dr. Robert Resel, e. h.