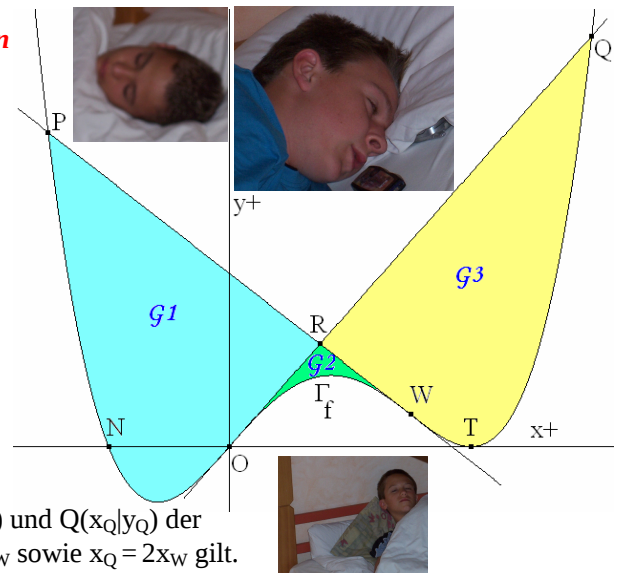


45) In nebenstehender Figur ist der Graph  $\Gamma_f$  einer Polynomfunktion  $f$  vierten Grades abgebildet, welcher **die x-Achse in den Punkten N und O schneidet sowie im Punkt T berührt, wobei zusätzlich  $OT = 2 \cdot NO$  gilt** und die Steigung der Tangente an  $\Gamma_f$  in O exakt 16 beträgt.

- Stelle für das konkrete Beispiel  $\overline{NO} = 4$  eine Funktionsgleichung von  $f$  auf!
- Bestätige den für Polynomfunktionen vierten Grades mit den **angegebenen Eigenschaften** allgemeingültigen Sachverhalt, dass O ein Wendepunkt des Funktionsgraphen ist.
- Verifiziere, dass für den zweiten Wendepunkt  $W(x_W|y_W)$  von  $\Gamma_f$  die Beziehung  $x_W = \frac{3}{4} \cdot x_T$  gilt und stelle sowohl eine Gleichung der Wendetangente in O als auch in W auf.
- Prüfe, dass für den Schnittpunkt  $R(x_R|y_R)$  der beiden Wendetangenten aus c) die Darstellung  $x_R = \frac{1}{2} \cdot x_W$  gilt!
- Berechne die Koordinaten der zweiten Schnittpunkte  $P(x_P|y_P)$  und  $Q(x_Q|y_Q)$  der beiden Wendetangenten mit  $\Gamma_f$  und kontrolliere, dass  $x_P = -x_W$  sowie  $x_Q = 2x_W$  gilt.
- DJ Benzinator (siehe Foto oben rechts! ☺) hat geträumt(!), dass für die Flächeninhalte **F1, F2** und **F3** der Gebiete **G1, G2** und **G3** die fortlaufende Proportion **F1 : F2 : F3 = 31 : 1 : 31** gilt. War es ein Alptraum oder stimmt das Ergebnis?
- Auch Tommy (siehe Foto oben links! ☺) hat geträumt. Kommentar zu seiner "Vision"  $y_R = \frac{1}{4} \cdot y_Q$ ?



- Schließlich träumt auch unser MexiKana (unter der x-Achse, gerade beim Aufwachen! ☺) bei vier Wochenstunden Mathematik schon von Ableitungen und Integralen, seine (richtige?) Erkenntnis: Ist **F4** der Flächeninhalt jenes Bereichs, welchen  $\Gamma_f$  im ersten Quadranten mit der x-Achse begrenzt und bezeichnet K (wie Kana! ☺) das Verhältnis der Flächeninhalte **F4** und **F2**, dann gilt  $K = m'(\frac{4}{3})$ , wobei m die man(n)ische Funktion mit der Funktionsgleichung  $y = m(x) = \frac{2}{5} \cdot x^5$  ist.

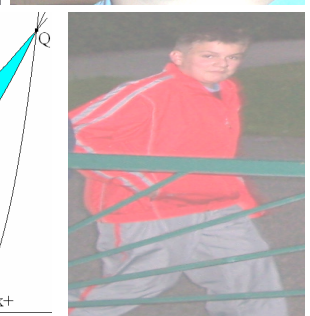
- Roli (Abbildung rechts!) blieb zwar (teilweise!) von der Kamera verschont (... aber nicht die ganze Zeit, wie man gleich darunter erkennen kann ... ☺), jedoch nicht von mathematischen Träumen, sein Trauminhalt: Ist **F5** der Flächeninhalt jenes Bereichs, welchen  $\Gamma_f$  im dritten Quadranten mit der x-Achse begrenzt und bezeichnet  $\mu$  (Rolis griechischer Lieblingsbuchstabe seit der 5C! ☺) das Verhältnis der Flächeninhalte **F5** und **F1**, dann gilt  $\mu = r'(\frac{2}{3})$ , wobei r die "Rol(l)inger"sche Funktion mit der Funktionsgleichung  $y = r(x) = \frac{1}{11} \cdot x^5$  ist.



- Roli kann gar nicht hinsehen ... (siehe Abbildung rechts!) Jetzt legen Nina und Diana (siehe "Roli-Ecke"! ☺) durch P, Q und R auch noch den Graphen einer Polynomfunktion zweiten Grades und behaupten doch glatt, dass für die Flächeninhalte **F6** und **F7** der unter ihnen abgebildeten Gebiete **G6** und **G7** die Beziehungen **F6 = F7** sowie **F6+F7 = 15·F2** gelten. Liegen sie richtig?



- Bei einem Abendspaziergang (Abbildung ganz rechts unten!) überlegt Roli schließlich noch, wo denn der Graph einer Polynomfunktion zweiten Grades  $g$  durch die Punkte O, P und Q den Graphen von  $f$  noch schneiden würde und in welchem Verhältnis die Flächeninhalte der drei von den Graphen von  $f$  und  $g$  begrenzten Gebiete dann zueinander stünden. Sogar im Bus (Abbildung links) brütet er weiter an diesem Problem und kommt schließlich zu dem Ergebnis, dass (siehe Abbildung rechts!) W der vierte gemeinsame Punkt ist und ferner die fortlaufende



Proportion **F8 : F9 : F10 = 19 : 11 : 19** für die Flächeninhalte der Gebiete **G8, G9** und **G10** gilt. Kontrolliere Rolis Resultate! (Wie ganz links unten zu erkennen ist, wirkt er seine Ergebnisse betreffend nicht ganz sicher, ergo:

**G o a n d c h e c k h i s c o n j e c t u r e s !)**

1G (2001/02), 1H (2001/02), 1I (2001/02), 1J (2001/02), 1K (2001/02)