Aufgabe 32 $\boxed{y=f(x)=\frac{84672}{x^2+432}}$ bzw. $\boxed{y=f(x)=84672\cdot\frac{1}{x^2+432}}$ bzw. $\boxed{y=f(x)=84672\,(x^2+432)^{-1}}$

$$\Rightarrow f'(x)=84672\cdot(-1)(x^2+432)^{-2}\cdot 2x \quad \text{bzw.} \quad f'(x)=84672\cdot(-2x)\cdot\frac{1}{(x^2+432)^2}$$

bzw. $\boxed{f'(x)=\frac{-169344x}{(x^2+432)^2}}$ bzw. (für später nützlich!): $\boxed{f'(x)=\frac{-2x}{(x^2+432)}\cdot f(x)}$ Differentialgleichung!

► $y_P = f(x_P)$ $\Rightarrow$ $\boxed{y_P=f(-36)=\frac{84672}{(-36)^2+432}=\frac{84672}{1296+432}=\frac{84672}{1728}=49 \Rightarrow}$ $\boxed{P(-36|49)}$

► $y_Q = f(x_Q)$ $\Rightarrow$ $\boxed{y_Q=f(24)=\frac{84672}{24^2+432}=\frac{84672}{576+432}=\frac{84672}{1008}=84 \Rightarrow}$ $\boxed{Q(24|84)}$

► g_{PQ}: $\overrightarrow{PQ}=\begin{pmatrix}60\\35\end{pmatrix}\parallel\begin{pmatrix}12\\7\end{pmatrix}\perp\begin{pmatrix}7\\-12\end{pmatrix}\Rightarrow \boxed{g_{PQ}:7x-12y=-840}$

► $g_{PQ}\cap\Gamma_f$ = {P(sic!), Q(sic!!), R}: $\boxed{7x-12\cdot\frac{84672}{x^2+432}=-840}$ bzw. $\boxed{x-12\cdot\frac{12096}{x^2+432}=-120}$

bzw. $x\cdot(x^2+432)-12\cdot 12096=(-120)\cdot(x^2+432)$

bzw. $x^3 + 432x - 145152 + 120\cdot(x^2 + 432) = 0$

bzw. $x^3 + 432x - 145152 + 120x^2 + 51840 = 0$

bzw. $x^3 + 120x^2 + 432x - 93312 = 0$

HORNER–Schema:

	1	120	432	–93312
$x_1 = -36$ ($\triangleq$ P!)	1	84	–2592	0
$x_2 = 24$ ($\triangleq$ Q!)	1	108	0	

$\Rightarrow$ $x^3 + 120x^2 + 432x - 93312 = (x+36)\cdot(x-24)\cdot(x+108) = 0 \Leftrightarrow$ x = –36 (sic!) $\vee$ x = 24 (sic!!!) $\vee$ x = –108

$\Rightarrow$ R(–108|f(–108)), ergo R(–108|7)

► t_P: $y = f(x_P) + f'(x_P)\cdot(x-x_P)$, $\boxed{f'(x_P)=f'(-36)=\frac{72}{1728}\cdot 49=\frac{1}{24}\cdot 49=\frac{49}{24}}$

$t_P: y=49+\frac{49}{24}\cdot(x+36)$ bzw. $t_P: 24y=49\cdot(24+x+36)$

► $t_P \cap \Gamma_f = \{P(\text{sic!}), P'\}$: $\boxed{24 \cdot \frac{84672}{x^2+432} = 49 \cdot (x+60)}$ bzw. $\boxed{\frac{41472}{x^2+432} = x+60}$

bzw. $41472 = x^3 + 432x + 60x^2 + 25920$

bzw. $x^3 + 60x^2 + 432x - 15552 = 0$

HORNER–Schema:

	1	60	432	–15552
$x_1 = -36$ ($\triangleq$ P!)	1	24	–432	0
$x_2 = x_1$ (Berührung!)	1	–12	0	

$\Rightarrow$ $x^3 + 60x^2 + 432x - 15552 = (x+36)^2 \cdot (x-12) = 0$ $\Leftrightarrow$ $x = -36$ (sic!)
$\vee$ $x = -36$ (sic!!!)
$\vee$ $x = 12$

$\Rightarrow$ $P'(12|f(12))$, ergo $P'(12|147)$

► t_Q: $y = kx+d$, $\boxed{k = f'(x_Q) = f'(24) = \frac{-48}{1008} \cdot 84 = \frac{-1}{21} \cdot 84 = \frac{-84}{21} = -4}$

$Q \in t_Q$ $\Rightarrow$ $84 = (-4) \cdot 24 + d$ $\Rightarrow$ $d = 180$ $\Rightarrow$ $t_Q: y = -4x + 180$ bzw. $t_Q: y = (-4) \cdot (x-45)$

► $t_Q \cap \Gamma_f = \{Q(\text{sic!}), Q'\}$: $\boxed{\frac{84672}{x^2+432} = (-4) \cdot (x-45)}$ bzw. $\boxed{\frac{21168}{x^2+432} = -(x-45)}$

bzw. $21168 + x^3 + 432x - 45x^2 - 19440 = 0$

bzw. $x^3 - 45x^2 + 432x - 1728 = 0$

HORNER–Schema:

	1	–45	432	–1728
$x_1 = 24$ ($\triangleq$ Q!)	1	–21	–72	0
$x_2 = x_1$ (Berührung!)	1	3	0	

$\Rightarrow$ $x^3 - 45x^2 + 432x - 1728 = (x-24)^2 \cdot (x+3) = 0$ $\Leftrightarrow$ $x = 24$ (sic!)
$\vee$ $x = 24$ (sic!!!)
$\vee$ $x = -3$

$\Rightarrow$ $Q'(-3|f(-3))$, ergo $Q'(-3|192)$

► t_R: SELBST!

Resultate:
► $t_R: y = \frac{1}{8} \cdot (x+164)$
► "kubische Schnittgleichung" für $t_Q \cap \Gamma_f$: $x^3 + 164x^2 + 432x - 606528 = 0$
► $R'(52|27)$

► Nachweis, dass (auch!) P´, Q´ und R´ kollinear liegen:

$\overrightarrow{P'Q'} = \begin{pmatrix} -15 \\ 45 \end{pmatrix} = 15 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{Q'R'} = \begin{pmatrix} 55 \\ -165 \end{pmatrix} = (-55) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow \overrightarrow{P'Q'} \parallel \overrightarrow{Q'R'} \Rightarrow$ P´, Q´ und R´ liegen kollinear, was zu überprüfen war (Alternative: $g_{P'Q'}$ aufstellen und zeigen, dass $R' \in g_{P'Q'}$ gilt).