Abschluss von Aufgabe 27 zur Integralrechnung (§2. Quadratur)

$$\mathcal{A} = \left(K \cdot \left(\frac{1}{60} \cdot x^5 - \frac{1}{3} \cdot x^4 + 2x^3 \right) - \frac{8}{3} \cdot K \cdot x^2 + \tilde{C}x - 3x \right) \Bigg|_2^6 = \frac{64}{5}$$

$$\Rightarrow \quad K \cdot \left(\frac{7776}{60} - \frac{1296}{3} + 432 \right) - \frac{288}{3} \cdot K + 6\tilde{C} - 18 - \left(K \cdot \left(\frac{32}{60} - \frac{16}{3} + 16 \right) - \frac{32}{3} \cdot K + 2\tilde{C} - 6 \right) = \frac{64}{5}$$

bzw.

$$K \cdot \left(\frac{648}{5} \overbrace{-432 + 432}^{0} \right) - 96K + 6\tilde{C} - 18 - \left(\underbrace{K \cdot \left(\frac{8}{15} - \overbrace{\frac{16}{3}}^{\frac{80}{15}} + \overbrace{16}^{\frac{240}{15}} \right)}_{\frac{168}{15}} - \frac{32}{3} \cdot K + 2\tilde{C} - 6 \right) = \frac{64}{5}$$

resp.

$$\Rightarrow \quad K \cdot \left(\overbrace{\frac{648}{5}}^{\frac{1944}{15}} - \overbrace{96}^{\frac{1440}{15}} - \frac{168}{15} + \overbrace{\frac{32}{3}}^{\frac{160}{15}} \right) + (6-2) \cdot \tilde{C} - 18 + 6 = \frac{64}{5},$$

ergo

$$\frac{496K}{15} + 4\tilde{C} - \overbrace{12}^{\frac{60}{5}} = \frac{64}{5} \quad \text{bzw.} \quad \tilde{C} = \frac{31}{5} - \frac{124K}{15} \tag{1}$$

Beachten wir ferner (siehe 12. Schulübung!), dass auch

$$\frac{64K}{3} + 4C = 16 \quad \text{bzw.} \quad C = 4 - \frac{16K}{3} \tag{2}$$

gilt und setzen dies in die aus $f(6) = 27$ hervorgegangene Gleichung (vgl. abermals 12. Schulübung!)

$$36K + 6C + \tilde{C} = 27 \tag{3}$$

ein (m.a.W.: Wir ersetzen $\tilde{C}$ und C in (3) unter Verwendung von (1) und (2)!), so ergibt sich

$$36K + 24 - 32K + \frac{31}{5} - \frac{124K}{15} = 27 \quad \text{bzw.} \quad -\frac{64K}{15} = 3 - \frac{31}{5} \quad \text{bzw.} \quad K = \frac{15}{64} \cdot \frac{16}{5}, \tag{4}$$

also nach vollständigem Durchkürzen die Lösung $\boxed{K = \frac{3}{4}}$.

Setzen wir dies in (1) und (2) ein, so ergibt sich $\tilde{C} = C = 0$ und wir erhalten das Resultat

$$y = f(x) = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{12} \cdot x^4 - \frac{4}{3} \cdot x^3 + 6x^2 \right) \quad \text{bzw.} \quad y = f(x) = \frac{1}{16} \cdot x^4 - x^3 + \frac{9}{2} \cdot x^2,$$

was sich schließlich noch zu

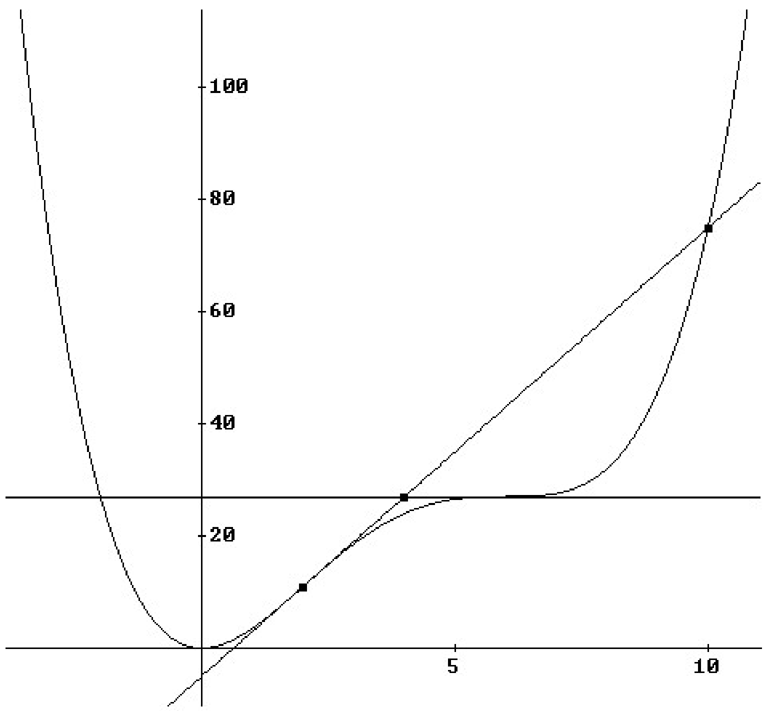
$$y = f(x) = \frac{1}{16} \cdot \left(x^4 - 16x^3 + 72x^2 \right)$$

umformen läßt, womit Aufgabenteil (a) abgeschlossen ist.[1]

Aufgabenteil (b) war vom 1. auf den 2. Oktober als HÜ ins SÜ-Heft zu machen. Die Ergebnisse $N_1 = N_2 = (0|0) = T$ und $S(6|27)$ (einer der beiden Wendepunkte aus der Angabe!) seien hier der Vollständigkeit wegen angeführt.

Zu Aufgabenteil (c) seien hier nur ergänzend die Lösungen für die beiden Flächenstücke genannt, welche beide exakt $\frac{512}{5}$ lauten (vgl. auch die entsprechende Abbildung, Berechnung des Inhalts **einer** (!) der beiden Flächenstücke: siehe 13. SÜ!).

Wien, im Oktober 2008. Dr. Robert Resel, e. h.



[1] Die auf www.matheprof.at neu eingerichtete undersite “*Fehlerliste für Angaben und Lösungen*“ enthält bereits den Hinweis ewegen des in den Lösungen fehlenden Konstis $\frac{1}{16}$, detto die zugehörige Bemerkung bezüglich des falschen Bruchs für den Flächeninhalt in der Angabe!