Übungsbeispiele sowohl für die dreistündige Schularbeit als auch die schriftliche Matura

(8C, Realgymnasium, 2008/09)

Diese Beispiele sollen durch die sowohl für die dreistündige Schularbeit als auch die schriftliche Matura relevanten Stoffgebiete führen, wobei an dieser Stelle mit der Analytischen Geometrie der Ebene *ein Stoffgebiet der 5. Klasse exemplarisch nochmals aufgerollt wird, und zwar anhand von Aufgaben, deren "Bausteine" geradezu charakteristisch für Maturabeispiele sind.* **Kegelschnitte sind (zunächst) ausgenommen!**

ACHTUNG! Ein bloßes "Auswendiglernen" der Beispiele ist sicher keine ausreichende Matura- resp. Schularbeitsvorbereitung, da du deine erworbenen Kenntnisse sowohl bei der dreistündigen Schularbeit als auch bei der schriftlichen Matura auf Problemstellungen anzuwenden hast, die zwar nicht gänzlich neuartig, aber zum Teil in der Form wie bei der dreistündigen Schularbeit resp. der schriftlichen Matura gestellt in dieser Aufgabensammlung nicht enthalten sind! Ein eigenständiges Lösen dieser Aufgaben (bis auf jene, die wir in diversen Schulübungen gemeinsam bearbeiten werden) ist eine absolute Notwendigkeit für ein angemessenes Übungsprogramm!

↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑

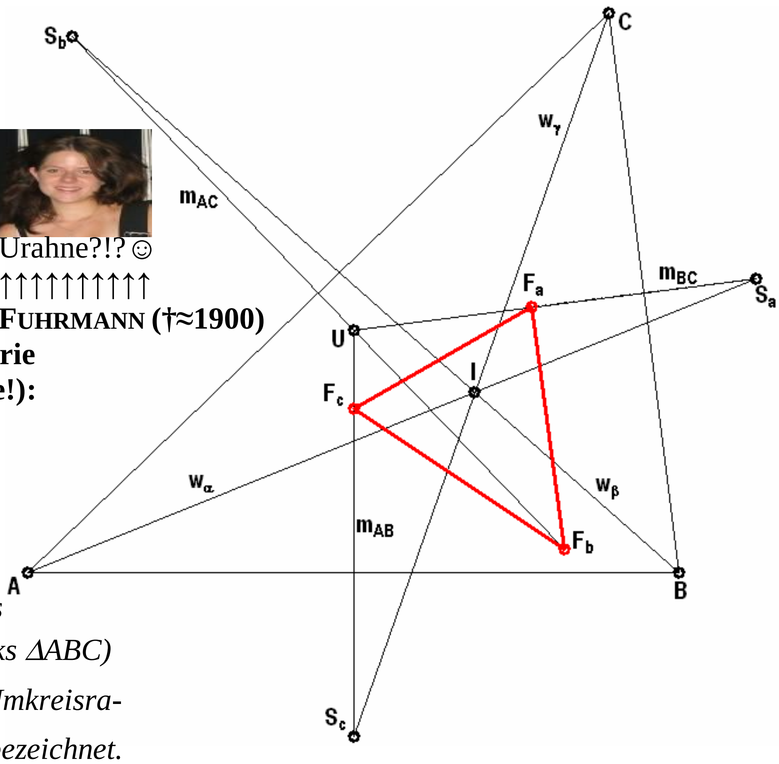
→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→→

↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑

Mit einer derartigen Euphorie ginge so Manches einfacher … ☺

Urahne?!? ☺

↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑↑

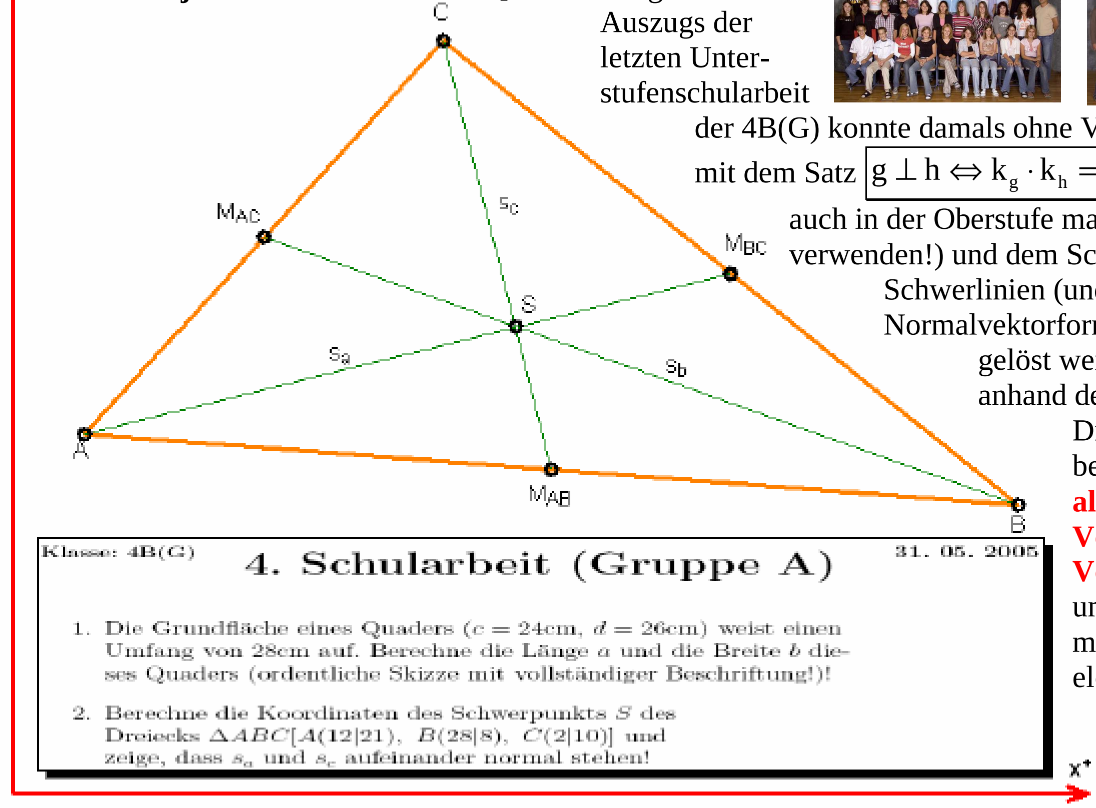


1) **Ein auf den deutschen Mathematiker W. FUHRMANN (†≈1900) zurückgehender Satz der Dreiecksgeometrie lautet wie folgt (vgl. nebenstehende Skizze!):**

Spiegelt man die Schnittpunkte S_a, S_b und S_c gegenüberliegender Strecken- und Winkelsymmetralen eines Dreiecks ΔABC an den zugehörigen Dreieckseiten, so gilt für den Flächeninhalt A des entstandenen Dreiecks $\Delta F_aF_bF_c$ ("FUHRMANN-Dreieck" des Dreiecks ΔABC) die Formel $\boxed{A = \frac{\overline{UI}^2 \cdot u}{4r}}$*, worin r bzw. u den Umkreisradius bzw. den Umfang des Dreiecks ΔABC bezeichnet.*

- ► Kontrolliere die Gültigkeit dieses Juwels der Elementargeometrie am konkreten Beispiel des Dreiecks $\Delta ABC[A(0|0), B(112|0), C(40|96)]$ (Achtung! Skizze nicht maßstabsgetreu!!).
- ► Welche besondere Lage weist das konkrete FUHRMANN-Dreieck auf und inwiefern erleichtert dies die Berechnung von A (verbale Beschreibung sowie Illustration anhand einer Handskizze)?

2) **Eine kleine Reise in die Vergangenheit [sowohl ehemalige Schüler der 4B(G) als auch der 4D(Rg) des Schuljahr 2004/05 betreffend!]:**



Klasse: 4B(G) **4. Schularbeit (Gruppe A)** 31. 05. 2005

1. Die Grundfläche eines Quaders ($c = 24$cm, $d = 26$cm) weist einen Umfang von 28cm auf. Berechne die Länge a und die Breite b dieses Quaders (ordentliche Skizze mit vollständiger Beschriftung!)!
2. Berechne die Koordinaten des Schwerpunkts S des Dreiecks $\Delta ABC[A(12|21),\ B(28|8),\ C(2|10)]$ und zeige, dass s_a und s_c aufeinander normal stehen!

Aufgabe 2 des Auszugs der letzten Unterstufenschularbeit

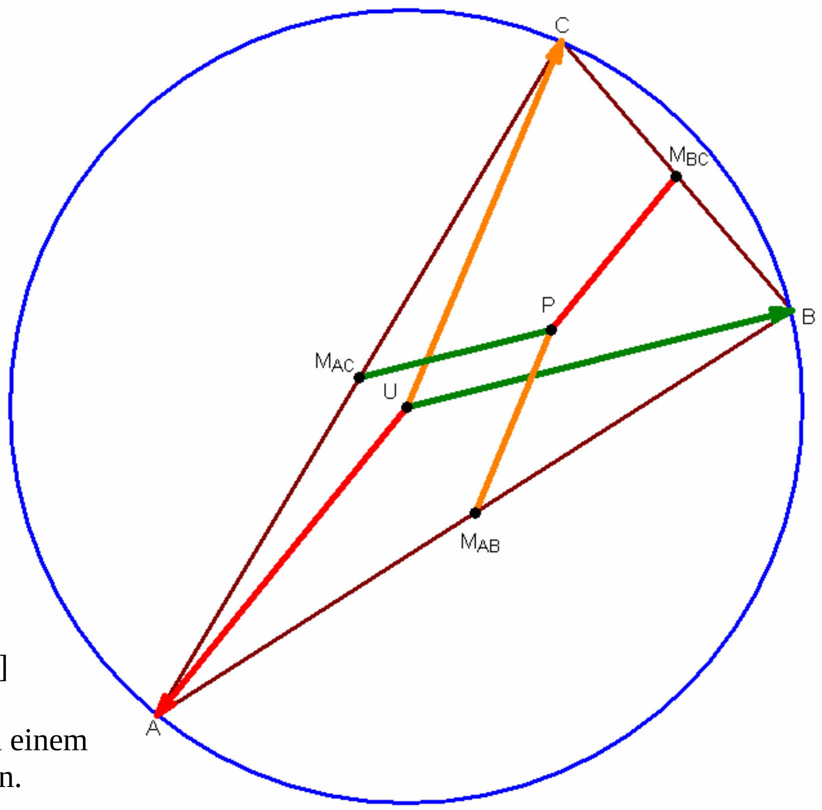
der 4B(G) konnte damals ohne Vektorrechnung nur mit dem Satz $\boxed{g \perp h \Leftrightarrow k_g \cdot k_h = -1}$ (den wir ja auch in der Oberstufe manchmal noch verwenden!) und dem Schneiden von Schwerlinien (und auch hier ohne Normalvektorform komplizierter![1]) gelöst werden. **Benutze** jetzt anhand des gleichen Dreiecks (links bereits visualisiert!) **alles, was dir an Vektorrechnung zur Verfügung steht**, um um folgenden ***Satz*** möglichst kurz und elegant zu verifizieren:

Satz. *Gilt in einem Dreieck ΔABC (mit den üblichen Beschriftungen wie oben) die Gleichung $a^2+c^2=5b^2$, dann stehen die Schwerlinien s_a und s_c aufeinander normal.*

3) **Fortsetzung von Aufgabe 1):**

Überprüfe am Beispiel des Dreiecks aus Aufgabe 1) den folgenden

Satz. *Der Inkreismittelpunkt* ***<u>eines Dreiecks</u>*** *ist auch der Höhenschnittpunkt* ***<u>seines</u>*** *FUHRMANN-Dreiecks.*



4) In nebenstehender Abbildung sind Strecken in gleicher Farbe zueinander parallel. Rechne am konkreten Beispiel des Dreiecks $\Delta ABC[A(-34|-36), B(32|6), C(8|34)]$ nach, dass einander die drei zu den Umkreisradien parallelen Geraden in einem Punkt P ("CANTOR-Punkt") schneiden.

[1]Nota bene: Über je mehr Kenntnisse man in Mathematik verfügt, desto einfacher wird das Lösen diverser Problemstellungen (und nicht andersrum!)!