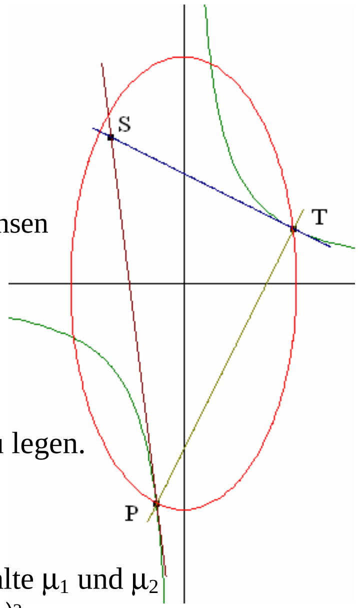
6) In nebenstehender Abbildung haben T und P die gleiche Bedeutung wie in der GARFIAS-Konfiguration der letzten Aufgabe, lediglich S weist eine andere geometrische Interpretation auf.



Beweise allgemein oder/und(!) überprüfe am Beispiel des Punkts T(50|20) den

SATZ. Für die Halbachsenlängen der durch P und T verlaufende Ellipse, deren Achsen die Hyperbelasymptoten sind, gilt $\boxed{a=\sqrt{x_T^2+x_P^2}}$ sowie $\boxed{b=\sqrt{y_T^2+y_P^2}}$.

Liegt S auf der Ellipse?

7) Vom Punkt P(24|12) sind an die Hyperbel hyp [hyp: xy=300] die Tangenten zu legen.

a) Berechne die Koordinaten der Berührungspunkte $T_1(x_1|y_1)$ und $T_2(x_2|y_2)$ der beiden Tangenten mit hyp!

b) Mit der Bezeichnung M für den Hyperbelmittelpunkt ist für die Flächeninhalte μ_1 und μ_2 der Dreiecke ΔMT_1T_2 und ΔPT_1T_2 die Gültigkeit der Formel $\mu_1:\mu_2=\left(\frac{x_1+x_2}{x_1-x_2}\right)^2$ zu überprüfen.

8) Von einer Parabel par in erster Hauptlage kennt man die Tangente t [t: 2x–y+12=0].

a) Ermittle eine Gleichung von par und berechne die Koordinaten des Berührungspunkts T von par und t!

b) Lege durch den Parabelscheitel die Parallele g zu t und bestimme die Koordinaten des zweiten gemeinsamen Punkts P von par und g!

c) Lege durch T die Parallele h zur Parabelachse und ermittle den Schnittpunkt Q von h mit der Scheitelpunkttangente!

d) Kontrolliere am vorliegenden konkreten Beispiel den nachstehenden **SATZ.** Die Gerade durch P und Q ist die Tangente an par in P.

9) F(12|0) ist der Brennpunkt einer Parabel par in erster Hauptlage.

a) Berechne den Parameter p von par und stelle sowohl eine Gleichung von par als auch eine Gleichung der Tangente t_T an par in $T(3|y_T>0)$ auf!

b) Ermittle die Koordinaten des Schnittpunkts L von t_T mit der Leitlinie von par und stelle eine Gleichung der Normale n auf t_T durch L auf!

c) Zeige, dass n auch eine Parabeltangente ist, berechne die Koordinaten des Berührungspunkts N von n und par und kontrolliere den allgemeingültigen Sachverhalt, dass F auf g_N liegt!

d) Berechne den Flächeninhalt μ des Dreiecks ΔLNT und überprüfe am konkreten Beispiel die Gültigkeit der nebenstehenden Formel. $\boxed{\mu=\frac{1}{p}\cdot\left(\frac{y_T}{2}+\frac{p^2}{2y_T}\right)^3}$

10) Von einer Parabel par in erster Hauptlage ist der Punkt T(25|–120) gegeben.

a) Berechne den Parameter p von par und stelle sowohl eine Gleichung von par als auch eine Gleichung der Tangente t_T an par in T auf!

b) Bestimme eine Gleichung der Parallele g zu t durch den Brennpunkt F von par und berechne die Koordinaten der Schnittpunkte A und B von g mit par!

c) Berechne $l=\overline{AB}$ und bestätige am konkreten Beispiel den allgemeingültigen

SATZ. $l=\frac{(y_A-y_B)^2}{2p}$

Gutes Gelingen beim Lösen dieser schönen Aufgaben!

Wien, im Juli 2008.

Dr. Robert Resel, e. h.

Lösungen zu ausgewählten abschließenden Übungsbeispielen (ANALYTISCHE KEGELSCHNITTSGEOMETRIE)

8C, Realgymnasium, 2008/09

1) ell.: $x^2+3y^2=108$

2) Verdeckter Text: P auf den Nebenscheitelkreis k (Radius b) projizieren, projizierten Punkt P_0 (in Skizze beschriften!) mit dem Mittelpunkt M (von k und ell) verbinden, Schnittpunkt $\overline{P}$ mit dem Hauptscheitelkreis k´ (Radius a) ermitteln Strecke MP_0 in $\overline{P}$ anhängen, Endpunkt $\widetilde{P}$ mit P verbinden, Normale auf $P\widetilde{P}$ durch P ist dann t_P.

3) $a=481$, $b=\frac{1443}{5}$, $P(b|\frac{5772}{25})$, $F_1(-1924|0)$, $F_2(1924|0)$
$L_1(-185|444)$, $L_2(455|156)$, $M(135|300)$, Einsetzen von
M in die Kurvengleichung von ν liefert: $LS=RS=5^4\cdot 481^2$

4) $b^2=288$, $a=28$, $S(4|24)$, $k_{ell}:k_{par}=(-1):24$

5) Siehe Angabebox!

6) $P(-8|-125)$, ell.: $25x^2+4y^2=64100$, $S\left(-\frac{400}{21}\middle|\frac{1000}{21}\right)$ liegt nicht auf ell!

7) $T_1(20|15)$, $T_2(30|10)$, $\mu_1=125$, $\mu_2=5$, $125:5=(50:10)^2=25$

8)
- a) par: $y^2=96x$, $T(6|24)$
- b) $P(24|48)$
- c) $Q(0|24)$

9)
- a) $T(3|12)$
- b) $L(-12|-18)$
- c) $N(48|-48)$
- d) $\mu=1125$

10)
- a) par: $y^2=576x$
- b) $A(64|192)$, $B(324|-432)$
- c) $52\cdot 13=\frac{624^2}{576}=26^2$