

- 2) (Inhaltliche) Fortsetzung von Aufgabe 1:
 Ali und Manu haben sich (was Bodenbrunn betrifft) emanzipiert und durch folgenden merkwürdigen Zufall eine eigene Company gegründet: Bürgermeister Boden hat die beiden in wirtschaftlichen Angelegenheiten äußerst kompetenten Stadträte versehentlich als "Alu und Mani" titulierte, woraus sich für Ali und Manus erstes Geschäftsprojekt "ALUMANIA" ergab, worin sie sich auf Aluverkleidungen spezialisierten. Da das Geschäft relativ rasch florierte, bildete sich um die Company schnell eine kleine Stadt, welche der Bodenbrunner Bürger-



meister unüberlegt "**AMS**" [für **A**lu**M**ania**S** (!)ity] taufte. (Bei der Einweihungsfeier
 ↓↓↓↓ ging's hoch her ...)
 Tommy, Tommy! L/

!!!
 Aufgrund der traumhaften Beschäftigungssituation braucht AluManiaSCity weit und breit kein wirkliches AMS und Manuel schickt sich gar an, Bürgermeister zu werden (siehe Wahlkampfplakat rechts oben, das Plakat von seinem Gegner – Tommy! ... will wohl gleich in zwei Städten Bürgermeister sein!!! – ist wegen so manchem Rechtschreibfehler hier nicht vertreten! L/). Obwohl Ali und er schon einen "Masterplan" bezüglich des Wachstums ihrer Company entwickelt haben [Chefmathematiker Ali hat festgestellt, dass aus den bei der Betriebsgründung im Juli 2009 anfänglichen 100 Mitarbeitern bei der Weihnachtsfeier 2014 – welche mit dem 5Jahres-Jubiläum zusammengezogen ein Riesenevent wurde, wo es wieder hoch her ging (Sogar Roli kam und ließ dafür extra eine von Tommy geschmissene "RolandMcDoland-Kinderparty" bei der Kagraner Brücke sausen! Naja, Roli und Tommy wären sich sowieso nicht einig geworden, ob sie sich beim, auf dem oder im "Maccy" treffen, obwohl dies ja im Prinzip – Nicht wahr, Emmy? – egal ist!) !! – bereits 200 Mitarbeiter wurden und – was für die vorliegende Problemstellung zentral ist! – exponentielles Wachstum vorliegt (was Alis ehemaliger Schulkollege und "SPPÖ"-Spitzenkandidat "Benny 2" verifizierte, und er ist schließlich Dr. der Mathematik!).].t o a s
 wirbt Manu mit dem Versprechen, bis zum 22. 2. 2022 bereits 600 Mitarbeiter
 beschäftigen zu können (Andernfalls schlägt er – wenn nötig – selbst um 22²² e r r t
 am 22. 2. 2022 in den Bodenbrunnener-See ein Loch und geht dort mitten f t t e
 im Winter schwimmen!). a i e r
 n s i r

- a) Wird Manu unter der Prämisse der Gültigkeit des von Ali aufgestellten und vom SPPÖ-Spitzenkandidat Dr. P. kontrollierten mathematischen Modells sein Versprechen halten können? Egal wie die Antwort nun ausfällt: c e
 Wann würde ALUMANIA denn 600 Mitarbeiter beschäftigen? h i
 b) Um wie viel Prozent wächst die Belegschaft von ALUMANIA jährlich? c
 h

- 3) Wie deutlich ersichtlich ein ehemaliges Schularbeitsbeispiel:

Klasse: 6D(Rg) **1. Schularbeit (zweistündig)** 28. 02. 2008

Pflichtmodul PM2: Stochastik 1, Folgen und Funktionen

1) "AKH" steht bekanntlich für "Allgemeines Krankenhaus", doch wofür steht "AAKH"? Ganz einfach: Amir-Aziz-Karim-Hausen! ☺
 [Amir: siehe Abbildung rechts, Aziz und Karim: siehe Aufgabe 2)!]
 Nun grassiert unter den Bürgern von "AAKH" leider eine verheerende Epidemie, welche von den anfangs 185000 Bewohnern dieser idyllischen Stadt innerhalb von 8(!) Tagen 98000 Opfer fordert und (wie empirische Daten anderer vergleichbarer Heimsuchungen dieser Epidemie belegen) die Population exponentiell dezimiert.

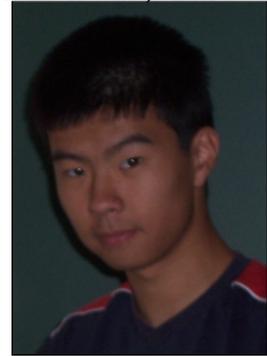
a) Nach wie vielen weiteren Tagen wird die Bevölkerung von "AAKH" auf 12000 Einwohner gesunken sein?

b) Um wie viel Prozent sinkt die Einwohnerzahl von "AAKH" täglich?



- 4) Bekanntlich hat ein Mensch bis zu 30 Billionen rote Blutkörperchen (Erythrozyten), jedoch "nur" ca. 50 Milliarden weiße Blutkörperchen (Leukozyten; diese machen übrigens – was Phil aus der 8C interessieren mag! – 0,07% vom gesamten Blutvolumen aus!). Ein starkes Defizit an Erythrozyten kann verheerende Konsequenzen auf den Gesundheitszustand haben.

Nach einem gemeinen nächtlichen hinterhältigen Angriff verfügt Agent "00φλ" (siehe Abbildung rechts) nur mehr über 2(!) Billionen Erythrozyten, wie um 6^{00} im *emergency room* festgestellt wird. Nach sofortiger Verabreichung von Blutkonserven und Infusionen ist unser Agent um 20^{35} soweit über den Berg und kann schon wieder 22 Billionen Erythrozyten sein Eigentum nennen.



- Zu welchem Zeitpunkt wird Agent "00φλ" unter Voraussetzung exponentiellen Wachstums 28 Billionen Erythrozyten in sich haben?
- Um wie viel Prozent nahm die Anzahl der Erythrozyten während der Medikation des Agentenpatienten innerhalb jedes 51minütigen Intervalls zu?

- 5) Bei Agent James Bind(er) – siehe Abbildung rechts! – liegt die Sache aufgrund einer unterschiedlichen körperlichen Konstitution als jener von Agent "00φλ" (siehe Abbildung rechts) aus Aufgabe 4) gänzlich anders. Nachdem auch er Opfer eines gemein- und lebensgefährlichen Angriffs wurde, wird auch er in den *emergency room* gemacht, wo ebenso nur mehr 2 Billionen Erythrozyten festgestellt werden können, und zwar auch exakt um 6^{00} . Nach Einschätzung höchst kompetenter Agentenmedizin kommt Agent "James Bind" nur dann durch, wenn er bis Mitternacht über ausreichend Erythrozyten verfügt. Um 24^{00} schließlich werden 26 Billionen Erythrozyten gezählt und die Gefahr gebannt.



- Sobald James Bind wieder seine kompletten notwendigen 30 Billionen Erythrozyten beisammen hat, wird er wach und nimmt telefonisch Kontakt mit Agent "00φλ" auf. Wann wird bei "00φλ" das Telefon läuten?
- Ergänze: Innerhalb jedes 32 Minuten und 24 Sekunden langen Zeitintervalls nahm zwischen 6^{00} und 24^{00} James Binds Erythrozytenanzahl um% zu!

- 6) Aufbruchstimmung in Karinakirchen: Zählte die stolze Metropole im August 2004 bereits 11 Mio. Einwohner, ging es danach wegen Abwanderung zahlreicher Bürger ins noch modernere *Wiehartwiesen* mit der Einwohnerzahl schnell bergab, und zwar wiederum exponentiell. Im Mai 2006 zählte Karinakirchen nur mehr 220 000 Einwohner.



- Um wie viel Prozent sinkt die Bevölkerungszahl von Karinakirchen monatlich?
- Wann lebten in Karinakirchen nur mehr 319 000 Personen?

- 7) Auch in Dianadown (Bürgermeister B. hat wieder eine Stadt benannt!) herrscht rege Aufbruchstimmung: Zählte das idyllische Nest im Oktober 2009 bereits stolze 7000 Einwohner, ging es danach wegen Abwanderung zahlreicher Bürger ins aufregendere *Novakirchen* (Auch hier war Bürgermeister B. wieder am Werk und hat wohl ein *k* vergessen, aber Nova "kann auch was" ...) mit der Einwohnerzahl schnell bergab, und zwar wiederum exponentiell. Im Dezember 2010 zählte Dianadown nur mehr 435 Einwohner.



- Um wie viel Prozent sinkt die Bevölkerungszahl von Dianadown monatlich?
- Wann lebten in Dianadown nur mehr 1745 Personen?

8) **Der Klassiker schlechthin!** (zur Erinnerung: Schularbeitsbeispiel vom 7. 3. 2007)

Die Bakterienart "Escherichia tommy" bewirkt starkes mehrmals hintereinander auftretendes Niesen. Normalerweise hat ein Tommy (Musterexemplare siehe Abbildungen rechts!) 10000 dieser Bakterien in sich. Ist er verkühlt, so vermehren sich die Bakterien exponentiell, bis ihm das Medikament "Tommy-Terminator" verabreicht wird. Bis 7^{50} in der Früh hatte Tommy wie gewöhnlich 10000 der Bakterien in sich, dann begannen sie (wie man während des Unterrichts deutlich hören konnte) sich zu vermehren. Um 11^{15} konnte Benny mit dem "Tommystat" bereits 20000 Bakterien messen. Ab der fünffachen Menge wird es kritisch und Tommy muss seine Medizin bekommen. Wann wird dieser kritische Zeitpunkt erreicht sein?



9) Carola (Abbildung rechts) nimmt an einem psychologischen Experiment zur Gedächtnisleistung (genauer: zum sogenannten mechanischen Lernen) teil und lernt dort sinnloses Material auswendig (was ihr die Möglichkeit nimmt, Zusammenhänge zu bereits vorhandenem Wissen herzustellen und somit wirklich nur die reine Gedächtnisleistung misst). Nach einem Gesetz von Hermann EBBINGHAUS nimmt die Anzahl der behaltenen Wörter unmittelbar nach Abschluss des (sinnlosen!) "Paukens" exponentiell mit einer Halbwertszeit von 30 Minuten ab, d.h. dass nach $\frac{1}{2}$ Stunde nur mehr die Hälfte der ursprünglich behaltenen Wörter wiedergegeben werden können.



- Wann wird Carola noch 63% des gelernten Materials reproduzieren können, wenn sie den Lernprozess um 8^{41} abgeschlossen hat?
- Wie viel % des gelernten Materials könnte sie um 12^{00} noch reproduzieren?

10) (Inhaltliche) Fortsetzung von Aufgabe 9):

Nachdem Carola durch die Teilnahme an einem psychologischen Experiment zur mechanischen Gedächtnisleistung gar nicht einmal wenig Geld verdient hat, entschließt sich nun auch Nina (vgl. Abbildung rechts), sich der Wissenschaft zur Verfügung zu stellen. Weil sie an diesem Tag aus uns nicht bekannten Gründen äußerst unkonzentriert ist, liefert sie eine dementsprechend unterdurchschnittliche mechanische Gedächtnisleistung, was in Zahlen bedeutet: Während Carola 121 Minuten nach Abschluss des Lernprozesses noch über 6% des Lernmaterials reproduzieren konnte (Prüfe dies nach!), beherrschte Nina gerade einmal 5% des zuvor Gelernten. .



- Wie viele Minuten beträgt daher "Ninas Halbwertszeit"?
- Nach 22 Minuten konnte (Prüfe dies nach!) Carola noch über 60% reproduzieren. Wie viel % sind es bei Nina?
- Wann sind bei Nina nur noch 1% des Gelernten vorhanden?

Gutes Gelingen beim Lösen dieser schönen Aufgaben!

Wien, im Juli 2008.

Dr. Robert Resel, e. h.

Hinweise zum (lohnenden!) Üben:

- v **Folgende vier Aufgaben** werden in Schulübungen bearbeitet werden: 1, 4, 6, 9
- v **Folgende zwei Aufgaben** werden als Hausübung aufgegeben: 3, 10
- v **Folgende vier Aufgaben** sind einzig und allein zum Zweck des eigenständigen Anwendens des bislang Gelernten auf diverse Problemstellungen gedacht und werden im Unterricht nicht behandelt: 2, 5, 7, 8



Lösungen zu ausgewählten abschließenden Übungsbeispielen

(EXP. WACHST.- UND ZERF.-PROZESSE)
8C, Realgymnasium, 2008/09



- 2) a) Ja! Manu braucht nicht im Eis zu baden! (Dezember 2020) b) 17%
- 5) a) 01^{00} b) 8%
- 7) a) um 18%! b) Mai 2010
- 8) 15^{46}