

1. Leite die Berührungsbedingung für die Parabel  $par$  in erster Hauptlage ( $y^2 = 2px$ ) und die Gerade  $g$  ( $y = kx + d$ ) her! **6P.**
2. Legt man in einem Punkt  $T$  einer gleichseitigen Hyperbel  $hyp$  sowohl die Tangente  $t_T$  als auch die Kurvennormale  $n_T$ , so begrenzen  $t_T$  und  $n_T$  mit den Hyperbelasymptoten zwei rechtwinklige Dreiecke  $\Delta X_n X_t T$  und  $\Delta Y_t Y_n T$  mit den Hypotenusen  $c_1 = \overline{X_n X_t}$  und  $c_2 = \overline{Y_n Y_t}$  sowie den zugehörigen Höhen  $h_1$  und  $h_2$  (vgl. rechte obere Abbildung!). Verifiziere am konkreten Beispiel jener gleichseitigen Hyperbel  $hyp$  durch den Punkt  $T(4|2)$  mit den Koordinatenachsen als Asymptoten die allgemeingültige Formel  $c_1 h_2 = c_2 h_1 = x_T^2 + y_T^2$ .  
[Nur zur Kontrolle(!):  $hyp: xy = 8$ ] **11P.**
3. Verbindet man den Schnittpunkt  $S$  zweier Parabeltangente mit dem Mittelpunkt  $M_1$  der Berührungspunkte  $A$  und  $B$ , so entsteht eine Strecke  $SM_1$  mit folgenden Eigenschaften (vgl. rechte untere Abbildung!):  
\* **SATZ 1.**  $g_{SM_1}$  verläuft parallel zur Parabelachse.  
\* **SATZ 2.** Der Mittelpunkt  $M_{M_1 S}$  liegt auch auf der Parabel.  
\* **SATZ 3.** Die Parallele zur Trägergerade  $g$  der Parabelsehne  $AB$  durch  $M_{M_1 S}$  ist die Tangente an die Parabel in  $M_{M_1 S}$ .  
Verifiziere diese Satzgruppe am konkreten Beispiel der Punkte  $A(x_A | -16)$  und  $B(64|64)$ !  
[Nur zur Kontrolle(!):  $par: y^2 = 64x$ ] **16P.**
4. Im Scheiteltangentenrechteck  $EFGH$  einer Ellipse  $ell$  bezeichnen  $M_1$  und  $M_2$  die Mittelpunkte der Strecken  $BF$  und  $BG$  (siehe untere Abbildung). Dann gilt stets folgender **SATZ.** Die Parallele zu  $g$  durch  $M_2$  ist eine Ellipsentangente.  
Verifiziere diesen Satz für jene Ellipse in erster Hauptlage durch  $P(20|9)$  mit dem Brennpunkt  $F_2(20|0)$ , wobei auch die Koordinaten des Berührungspunkts  $T$  zu berechnen sind.  
[Nur zur Kontrolle(!):  $ell: 9x^2 + 25y^2 = 5625$ ] **15P.**



