Übungen zum Wiederholungs-, Ergänzungs-, Vertiefungs- und Vernetzungsteil der Stochastik (Dichtefunktionen stetiger Zufallsvariabler)

8C(Rg), 2013/14, Dr. R. Resel

1) Aus **2. Schularbeit (dreistündig)**

Klasse 8A (Gymnasium), 20. 03. 2013

Seit der Einführung elektronischer Klassenbücher in vielen Schulen wurde sowohl eine Längs- (über vier Jahre!) als auch Querschnittsuntersuchung (über zwölf Schulstufen hinweg, wobei ingesamt 8192 Schüler beteiligt waren) durchgeführt, welche der Frage nachging, nach welcher Zeitspanne während dieser vier Jahre erstmals eine Klassenbucheintragung erfolgte. Die stochastische Analyse ergab, dass die in Jahren gemessene Zeitspanne bis zur ersten Klassenbucheintragung (BHZ als Kürzel für "Bravheitszeit") als stetige Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum $\Omega = [0;4]$ durch die Dichtefunktion φ mit der Funktionsgleichung $\varphi(x) = \frac{3}{2048}(5x^3 - 40x^2 + 152x)$ beschrieben werden kann, wobei jeder dieser 8192 Schüler über mindestens eine Klassenbucheintragung (sic!) verfügt (uns aber nur die erste interessiert!).

(a) Beweise, dass φ wirklich eine Dichtefunktion ist! **5P**

(b) Berechne die durchschnittliche BHZ (μ) in Jahren! **2P**

(c) Um wie viele Jahre (σ) streut die BHZ im Mittel um μ? **3P**

(d) Bei wie vielen Schülern weicht daher die BHZ um höchstens σ von μ ab? **3P**

(e) Wie viele Schüler waren nur ein Jahr lang brav? **2P**

2) ☺.K. gründet mit $KA_{MPF}S_{POR}TN_IER_{ENSCHUTZ}$ seine eigene Firma, deren Firmenname kennzeichnend ist. Sein Nierenschutz bietet maximal fünf Jahre sicheren Schutz, wobei seine exakte Lebensdauer (wie Kastners Chefmathematiker Xandl R. herausfand) als in Jahren gemessene stetige Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum Ω=[0;5] nach der Dichtefunktion φ mit der Funktionsgleichung $\varphi(x) = \frac{1}{781250} \cdot (966x^5 - 21750x^3 + 133125x)$ verteilt ist.

a) Bei allem Vetrauen in Xandl R: Prüfe φ dennoch auf die charakteristischen Dichtefunktionseigenschaften!

b) Berechne die durchschnittliche Lebensdauer μ!

c) Um wie viele Jahre (σ) streut X durchschnittlich um μ?

d) Bei wie vielen Exemplaren einer 136er-Nierenschutz-Palette sollte gemäß Xandls Modell die Lebensdauer um höchstens σ von μ abweichen?

3) Inhaltliche (aber nicht mathematische!) Fortsetzung von Aufgabe 2): In der zweiten Generation bietet Kastners Nierenschutz nach Aussage von Kastners Chefmathematiker (Xandl erhielt sogar eine Gehaltserhöhung!☺) sowohl eine durchschnittlich höhere Lebensdauer als auch eine größere Wahrscheinlichkeit für $|X-\mu|<\sigma$, wobei sich σ angeblich gegenüber der 1.0-Version nicht geändert hat. Bearbeite die selben Aufgabenstellungen wie in Aufgabe 2), nur dass eine Palette jetzt aus 128 Exemplaren des Kastner-Nierenschutz 2.0 besteht und die Dichtefunktion φ mit dem erweiterten Ereignisraum $\Omega=[0;6]$ die Funktionsgleichung $\varphi(x)=\frac{1}{15552}\cdot\left(35x^5-315x^4+720x^3\right)$ besitzt.

4) Langjährigen Erfahrungen zufolge ist die Arbeitsdauer bei dreistündigen Deutsch-Schularbeiten an einem Wiener Gymnasium als in Stunden gemessene stetige Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum $\Omega=[0;3]$ nach der Dichtefunktion φ mit der Funktionsgleichung $\varphi(x)=\frac{1}{1458}\cdot\left(14x^5-30x^3+81x\right)$ verteilt.
   a) Zeige, dass es sich bei φ in der Tat um eine Dichtefunktion handelt!
   b) Berechne die durchschnittliche Arbeitszeit μ!
   c) Um wie viele Stunden (σ) streut X durchschnittlich um μ?
   d) Bei wie vielen von 61 Achtklässlern eines Jahrgangs weicht die Arbeitszeit daher laut Modell um höchstens σ von μ ab?

5) Die 8A und die 8C (insgesamt 43 Schüler) hatten die Ehre, an der Feldtestung für die interessanten Aufgaben der Zentralmatura aus Mathematik teilzunehmen. Da das dahintersteckende Institut BIFIE (<3!) ein hochwissenschaftlicher und grenzenlos kompetenter Apparat ist, wurde die Arbeitsdauer bei den bisherigen Feldtestungen natürlich einer stochastischen Analyse unterworfen, was das folgende Resultat hervorbrachte : Die Arbeitszeit ist als in Stunden gemessene stetige Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum $\Omega=[0;5]$ nach der Dichtefunktion φ mit der folgenden Funktionsgleichung verteilt[1]: $\varphi(x)=\frac{1}{390625}\cdot\left(546x^5-5775x^4+16500x^3\right)$.
   a) Obwohl ECHTE Profis (BIFIE!) am Werk waren (und somit sicher kein Grund zur Skepsis besteht!): Prüfe φ dennoch auf die charakteristischen Dichtefunktionseigenschaften!
   b) Berechne die durchschnittliche Arbeitszeit μ!
   c) Um wie viele Stunden (σ) streut X durchschnittlich um μ?
   d) Bei wie vielen der teilnehmenden Achtklässler (Selbstverständlich nahmen alle mit **grenzenloser Begeisterung** teil!) wich die Arbeitszeit modellgemäß um höchstens σ von μ ab?

---

[1] : Scherzal [freilich nicht, was die Adjektiva "interessant", "hochwissenschaftlich" sowie "grenzenlos kompetent" betrifft ;-)], denn de facto hatte ein T(ypen)teil der 8B die "Ehre" !

Aufgaben 6) bis 25) [mit Ausnahme von 16)!]: Querverbindung zum Thema "**Wurzeln und Potenzen**":

6) Philipps Lehner-Streuer weisen mit etwas mehr als vier Jahren maximaler Verwendungsdauer eine beachtliche Lebenszeit auf, die als in Tagen gemessene stetige Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum Ω=[0;1490] nach der Dichtefunktion φ mit der Funktionsgleichung $\varphi(x) = \frac{49}{37995} \cdot \sqrt[51]{\left(\frac{x}{1490}\right)^{47}}$ verteilt ist.
   a) Zeige, dass es sich bei φ in der Tat um die Dichtefunktion einer stetigen Zufallsvariable handelt!
   b) Berechne die durchschnittliche Lebensdauer μ!
   c) Um wie viele Tage (σ) streut X durchschnittlich um μ?
   d) Bei wie vielen von acht Streuern weicht die Arbeitszeit gemäß dem Modell um höchstens σ von μ ab?

7) Maluenda ist eine Gemeinde in der spanischen Provinz Zaragoza (Details: http://en.wikipedia.org/wiki/Maluenda). Als firmer junger Stochastiker hat Manuel die Lebenserwartung der Einwohner Maluendas anhand empirischer Daten der letzten 50 Jahre einer professionellen mathematischen Analyse unterworfen und entwickelte hiebei das folgende de- und aus seiner Sicht hoffentlich auch präskriptive Modell: Die Lebenserwartung eines Maluendas ist demnach als in Monaten gemessene stetige Zufallsvariable mit dem Ereignisraum Ω=[0;1111] nach der Dichtefunktion φ mit der Funktionsgleichung $\varphi(x) = \frac{81}{22220} \cdot \sqrt[20]{\left(\frac{x}{1111}\right)^{61}}$ verteilt ist.
   a) Begründe, warum es sich bei φ um eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion handelt!
   b) Berechne die durchschnittliche Lebenserwartung μ!
   c) Um wie viele **Jahre** (σ) streut X durchschnittlich um μ?
   d) Bei wie vielen von 96 Maluendas weicht die Lebenserwartung nach dem Modell um höchstens σ von μ ab?

8) Xandl trägt zum Sporteln nur mehr den rechts abgebildeten exklusiven Fusions-Schuh "Rub(n)ik(e)". Vor dem Kauf hat er sich freilich beim Chefmathematiker von Nike genauestens über die Lebensdauer von diesem Bock erkundigt, Details: Als in Tagen gemessene stetige Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum Ω=[0;595] ist die Lebensdauer nach der Dichtefunktion φ mit der Funktionsgleichung $\varphi(x) = \frac{72}{7735} \cdot \sqrt[13]{\left(\frac{x}{595}\right)^{59}}$ verteilt ist.
   a) Zeige, dass es sich bei φ um eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion handelt!
   b) Berechne die durchschnittliche Lebensdauer μ!
   c) Um wie viele Tage (σ) streut X durchschnittlich um μ?
   d) Xandl hat ca. der halben 8C auch diesen Bock angedreht. Bei wie vielen dieser elf Bock-Paare 96 sollte die Lebensdauer nach dem Modell um höchstens σ von μ abweichen?

9) Daniel kocht für die ganze 8C "Read Chili Head", aber mit der rechts abgedruckten Warnung. Da diesem Gericht oftmals nachgesagt wird, dass es zweimal brennt, klärt Dan seine Mitschüler auch darüber auf, nach welcher Zeitspanne (vom Abschluss des Verzehrs an gerechnet) mit einem längeren Aufenthalt auf dem WC (Motto: Focus am Locus!) gerechnet werden muss: Diese "Wartezeit" zwischen dem ersten und dem zweiten Brand ist seiner Erfahrung nach als in Minuten gemessene stetige Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum Ω=[0;205] nach der Dichtefunktion φ mit der Funktionsgleichung $\varphi(x) = \frac{32}{1845} \cdot \sqrt[9]{\left(\frac{x}{205}\right)^{23}}$ verteilt.
   a) Zeige, dass es sich bei φ auch wirklich um eine Dichtefunktion handelt!
   b) Berechne die durchschnittliche Wartezeit μ!
   c) Um wie viele Minuten (σ) streut X durchschnittlich um μ?
   d) Angenommen, es lassen sich alle 54 Achtklässler des aktuellen Schuljahrs auf das Abenteuer "Chillibrand" ein. Bei wie vielen dieser mutigen Damen und Herren sollte die Wartezeit nach dem Modell um höchstens σ von μ abweichen?

10) Inhaltliche (aber nicht mathematische!) Fortsetzung von Aufgabe 9): Durch Verbesserung seines Rezepts konnte Dan die Wartezeit ein klein wenig hinauszögern, sodass noch mehr Zeit für gepflegte Tischkonversation blieb (auf die er und seine Gäste natürlich erhöhten Wert legen, bevor der Run auf die zahlreichen Toiletten seines luxuriösen Anwesens losgeht!). Bearbeite die selben Aufgabenstellungen wie in Aufgabe 9), nur dass sich jetzt wirklich ALLE 68 Achtklässler auf das scharfe Chili-Adventure einlassen und die Dichtefunktion φ mit dem erweiterten Ereignisraum Ω=[0;259] die Funktionsgleichung $\varphi(x) = \frac{25}{3108} \cdot \sqrt[12]{\left(\frac{x}{259}\right)^{13}}$ besitzt.

11) Schwab hat eine ganze **<u>Kette</u>** von Schuhgeschäften eröffnet [Al Bundy hat ihn überzeugt! ;-)] und seinen Chefmathematiker Xandl R. damit beauftragt, für die Lebenserwartung eines Schwab-Schuhs ein stochastisches Modell zu erstellen. Nach ausführlicher Analyse kam Xandl zu dem Schluss, dass die Lebenserwartung eines Schwab-Schuhs als in Tagen gemessene stetige Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum Ω=[0;1810] nach der Dichtefunktion φ mit der Funktionsgleichung $\varphi(x) = \frac{81}{17195} \cdot \sqrt[19]{\left(\frac{x}{1810}\right)^{143}}$ verteilt ist.
   a) Zeige, dass tatsächlich eine Dichtefunktion vorliegt!
   b) Berechne die durchschnittliche Lebenserwartung μ!
   c) Um wie viele Tage (σ) streut X durchschnittlich um μ?
   d) Bei wie vielen Schuhen einer 72er-Palette sollte die Lebensdauer gemäß dem Modell um höchstens σ von μ abweichen?

12) Inhaltliche (aber nicht mathematische!) Fortsetzung von Aufgabe 11): Nachdem Schwab sein Produktionsverfahren verbessert hat, zog dies nach Aussage seines Chefmathematikers (Xandl erhielt (auch hier, nicht nur beim Flankengott!☺) eine Gehaltserhöhung!) eine deutliche Erhöhung der Lebenserwartung nach sich. Bearbeite die selben Aufgabenstellungen wie in Aufgabe 11), nur dass jetzt eine 14er-Palette betrachtet wird und die Dichtefunktion φ mit dem erweiterten Ereignisraum Ω=[0;2595] die Funktionsgleichung $\varphi(x) = \frac{121}{134940} \cdot \sqrt[52]{\left(\frac{x}{2595}\right)^{69}}$ besitzt.

13) Seit 2007 findet in der Zillertaler Gemeinde Stumm ein internationales Kulturfestival statt, welches die Stummerin nun nach insgesamt sechs Durchgängen stochastisch analysiert hat, und zwar im Hinblick auf die durchschnittliche Verweildauer eines Besuchers. Diese Zeitspanne wird aufgrund ihrer Analyse als in Minuten gemessene stetige Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum Ω=[0;585] durch die Dichtefunktion φ mit der Funktionsgleichung $\varphi(x) = \frac{49}{9360} \cdot \sqrt[16]{\left(\frac{x}{585}\right)^{33}}$ beschrieben.

a) Zeige, dass tatsächlich eine Dichtefunktion vorliegt!
b) Berechne die durchschnittliche Besuchsdauer μ!
c) Um wie viele Minuten (σ) streut X durchschnittlich um μ?
d) Bei wie vielen von 288 Festivalbesuchern weicht die Verweildauer modellgemäß um höchstens σ von μ ab?

14) Inhaltliche (aber nicht mathematische!) Fortsetzung von Aufgabe 13): Marlenes Assistentin Denise gab zu bedenken, dass zwischen langjährigen Besuchern und Neuankömmlingen differenziert werden müsse und erstellte ein adaptiertes Modell, welches ausschließlich auf die erste Gruppe focussiert, wodurch sich der Ereignisraum gegenüber der vorherigen Aufgabe auf Ω=[0;712] ausdehnte und die Dichtefunktion die Funktionsgleichung $\varphi(x) = \frac{25}{13884} \cdot \sqrt[39]{\left(\frac{x}{712}\right)^{11}}$ aufweist.
Bearbeite die selben Aufgabenstellungen wie in Aufgabe 13), nur dass jetzt eine Gruppe von 99 langjährigen Festivalbesuchern betrachtet wird.

15) Inhaltliche (aber nicht mathematische!) Fortsetzung von Aufgabe S14) aus den Übungsaufgaben für die erste Schularbeit (The Ratheiser brothers!☺), wobei das Akronym "wcds" für den womanizer club donau-stadt steht!

Der wcds hält sowohl das Modell von Karims Brüdern als auch jenes vom Womanizer höchstpersönlich für unzutreffend und geht diffiziler vor: Er misst die verstrichene Zeitspanne zwischen aufeinanderfolgenden Erstdates in Stunden und beschreibt diese Größe als stetige Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum Ω=[0;1875] und der Dichtefunktion φ mit der Funktionsgleichung φ(x)=√3/93750·√x.

a) Zeige, dass der wcds nicht gepfuscht hat und tatsächlich eine Dichtefunktion vorliegt!
b) Berechne die mittlere Zeitspanne μ zwischen zwei Erstdates, also E(X)!
c) Ermittle die Standardabweichung σ von X (Runde auf ganze Stunden!).
d) Bei vielen seiner letzten 58 Erstdates wich die Zeitspanne bis zum nächsten Erstdate um höchstens σ von μ ab?

16) Geg.: Stetige Zufallsvariable X, welche die Arbeitszeit bei einer siebenminütigen Lernzielkontrolle in einer ersten Klasse HTL (35 Schüler!) in Sekunden misst (ergo: Ω=[0;420]) und durch die Dichtefunktion φ mit $\varphi(x)=\frac{1}{88200}\cdot x$ beschrieben wird.

Ges.: Nachweis der Dichteeigenschaften (ohne TR und Integral, weil sehr einfache Dichte!!), Berechnung der durchschnittlichen Arbeitszeit μ und der Standardabweichung σ von X (letztere auf ganze Sekunden runden!) sowie Beantwortung der Frage, bei wie vielen Schülern die Arbeitszeit um maximal σ von μ abweicht (wobei zur Beantwortung dieser Frage der gerundete Wert für σ benutzt werden darf/soll!)

17) Prost! ☺ Die 8C bedankt sich bei Bettina jetzt schon dafür, dass sie für die Maturafeier den Wein spendiert. In Anbetracht der Tatsache, dass sich ihr Weingut zu einer wahren Goldgrube entwickelt hat und mittlerweile sogar die Gallo Family Vineyards blass aussehen lässt, sind das für sie ja geradezu peanuts. Insbesondere sprengte sie die rechts unten abgebildete (nunmehr schon fast zehn Jahre alte!) Tabelle[1] enorm, da sich ihr Ertrag in Hektolitern pro Hektar als stetige Zufallsvariable X (gestreut über ihre gesamte Anbaufläche!) mit dem Ereignisraum Ω=[0;904] durch die Dichtefunktion mit der Funktionsgleichung $\varphi(x) = \frac{98}{13560} \cdot \sqrt[15]{\left(\frac{x}{904}\right)^{83}}$ beschreiben lässt.

Weinanbaufläche und -produktionsmenge der größten Weinerzeugerländer und deren weltweiter Anteil in % von der Gesamtfläche im Jahr 2005[1]

Erzeugerland	Anbaufläche in ha	Anteil	Produktion in 1000 hl	Anteil	Ertrag in hl je ha
Frankreich	894.000	11,28 %	52.105	18,46 %	58,28
Italien	842.000	10,62 %	54.021	19,14 %	64,16
Spanien	1.180.000	14,88 %	36.158	12,81 %	30,64
USA	399.000	5,03 %	22.888	8,11 %	57,36
Argentinien	219.000	2,76 %	15.222	5,39 %	69,51
Australien	167.000	2,11 %	14.301	5,07 %	85,63
China	485.000	6,12 %	12.000	4,25 %	24,74
Deutschland	102.000	1,29 %	9.153	3,24 %	89,74
Südafrika	134.000	1,69 %	8.406	2,98 %	62,73
Chile	193.000	2,43 %	7.886	2,79 %	40,86
Portugal	248.000	3,13 %	7.266	2,79 %	29,30
Rumänien	217.000	2,74 %	2.602	0,92 %	11,99
Griechenland	113.000	1,43 %	4.027	1,43 %	35,64
Ungarn	83.000	1,05 %	3.567	1,26 %	42,98
Moldawien	147.000	1,85 %	2.300	0,81 %	15,65
Brasilien	79.000	1,00 %	3.199	1,13 %	40,49
Österreich	52.000	0,66 %	2.264	0,80 %	43,54
Bulgarien	95.000	1,20 %	1.708	0,61 %	17,98
Russland	75.000	0,95 %	5.035	1,78 %	67,13
Kroatien	55.000	0,69 %	1.690	0,60 %	30,73
Ukraine	87.000	1,10 %	2.300	0,81 %	26,44
Gesamt	7.929.000	-	282.276	-	35,60

a) Zeige, dass φ tatsächlich Dichtefunktion einer stetigen Zufallsvariable X ist!
b) Berechne den Durchschnittsertrag μ!
c) Um wie viel (σ) streut X durchschnittlich um μ?
d) Allein in Österreich besitzt Bettina 66 Weinbaubetriebe. In wie vielen dieser Betriebe weicht X gemäß dem Modell höchstens um σ von μ ab?

18) Der Suchdienst WAIS (Akronym für Wide Area Information Server) benötigt für die Suche nach Volltexten je nach Art der Anfrage unterschiedlich viel Zeit. Wie "Chief Greg" als firmer Stochastiker herausfand, lässt sich die Suchdauer als in Millisekunden gemessene stetige Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum Ω=[0;1305] durch die Dichtefunktion mit der Funktionsgleichung $\varphi(x) = \frac{128}{22185} \cdot \sqrt[17]{\left(\frac{x}{1305}\right)^{111}}$ beschreiben.
a) Zeige, dass sich φ wirklich als Dichtefunktion einer stetigen Zufallsvariable X mit Ω=[0;1305] eignet!
b) Berechne die durchschnittliche Suchdauer μ!
c) Um wie viele Millisekunden (σ) streut X durchschnittlich um μ?
d) Bei wie vielen von 240 Anfragen weicht X dem Modell nach um höchstens σ von μ ab?

19) Inhaltliche (aber nicht mathematische!) Fortsetzung von Aufgabe 18):
Was uns Chief Greg nicht verraten hat: Das obige Modell gilt für das Standard-Paket. Wer auf schnellere und professionellere Datensuche steht, greift zu WAISEV (WAIS Extended Version). Bearbeite die selben Aufgabenstellungen wie in Aufgabe 18), nur dass jetzt von 99 Anfragen ausgegangen wird und die Dichtefunktion φ mit dem eingeschränkten Ereignisraum Ω=[0;935] die Funktionsgleichung $\varphi(x) = \frac{49}{33660} \cdot \sqrt[36]{\left(\frac{x}{935}\right)^{13}}$ besitzt.

---

[1]: Quelle (Stand 12.7.2013): http://de.wikipedia.org/wiki/Weinbau

20) Florian hat im Rahmen einer Verkehrszählung an einer Kreuzung nebst seiner eigentlichen Aufgabe auch untersucht, wie lange das von ihm so verehrte "WALK"-Zeichen während einer (wie wir es hierzulande nennen würden) "Grünphase" erscheint und stieß dabei auf das folgende stochastische Modell: Die Länge einer "WALK"-Phase kann als in Hundertstelsekunden gemessene stetige Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum Ω=[0;2316] durch die Dichtefunktion mit der Funktionsgleichung $\varphi(x) = \frac{49}{110010} \cdot \sqrt[95]{\left(\frac{x}{2316}\right)^3}$ modelliert werden.

a) Zeige, dass sich φ tatsächlich als Dichtefunktion einer stetigen Zufallsvariable X mit Ω=[0;2316] eignet!
b) Berechne die durchschnittliche WALK-Phasenlänge μ!
c) Um wie viele Hundertstelsekunden (σ) streut X durchschnittlich um μ?
d) Bei wie vielen von 19 WALK-Phasen weicht X dem Modell nach um höchstens σ von μ ab?

21) Die im August 2010 aufgrund der Errichtung eines Kreisverkehrs leider abgerissene (siehe das äußerst engagierte Protestplakat rechts unten!) Imbissbude "Würstl Wolf" (mit dem Zusatz "Zum bösen Wolf") in Itzling (einem Salzburger Stadtteil) bot ihren Kunden eine derart nette Atmosphäre, dass sie in der Regel weitaus länger als nur ein paar Minuten beim bösen Wolf zu verweilen pflegten. φl W. hat dies statistisch analysiert und erstellte aus umfangreichem empirischen Datenmaterial (wobei auch er so manche Käsekrainer u.ä. verzehrt hat) ein stochastisches Modell, demzufolge die Verweildauer eines Kunden beim Würstl Wolf als in Hundertstelminuten (eine äußerst ungebräuchliche aber von Wolverine bevorzugte Einheit!) gemessene stetige Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum Ω=[0;2035] durch die Dichtefunktion mit der folgenden Funktionsgleichung modelliert werden kann: $\varphi(x) = \frac{128}{115195} \cdot \sqrt[57]{\left(\frac{x}{2035}\right)^{71}}$

a) Zeige, dass sich φ tatsächlich als Dichtefunktion einer stetigen Zufallsvariable X mit Ω=[0;2035] eignet!
b) Berechne die durchschnittliche Verweildauer μ!
c) Um wie viele Hundertstelminuten (σ) streut X durchschnittlich um μ?
Gib das Ergebnis auch in gemischten Einheiten (Minuten und Sekunden) an!
d) Bei wie vielen von 86 Kunden weicht X dem Modell nach um höchstens σ von μ ab?

22) Inhaltliche (aber nicht mathematische!) Fortsetzung von Aufgabe 21): Nachdem bekannt wurde, dass Wolfs Würstlstand abgerissen wird, blieben (wie Wolfman herausfand) die Kunden signifikant länger, was der böse 8C-Wolf mit einem modifizierten Modell beschrieb. Bearbeite die selben Aufgabenstellungen wie in Aufgabe 21), nur dass jetzt von 136 Kunden ausgegangen wird und die Dichtefunktion φ mit dem erweiterten Ereignisraum Ω=[0;2431] die Funktionsgleichung $\varphi(x) = \frac{200}{51051} \cdot \sqrt[21]{\left(\frac{x}{2431}\right)^{179}}$ besitzt.

23) Langjährigen Erfahrungen zufolge ist die Arbeitsdauer bei zweistündigen Mathematik-Schularbeiten an einem Wiener Gymnasium als in Minuten gemessene stetige Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum Ω=[0;100] nach der Dichtefunktion φ mit der Funktionsgleichung $\varphi(x) = \frac{9}{350} \cdot \sqrt[7]{\left(\frac{x}{100}\right)^{11}}$ verteilt.

a) Zeige, dass es sich bei φ in der Tat um eine Dichtefunktion handelt!
b) Berechne die durchschnittliche Arbeitszeit μ!
c) Um wie viele Minuten (σ) streut X durchschnittlich um μ?
d) Bei wie vielen von 72 Schülern eines Jahrgangs weicht die Arbeitszeit um höchstens σ von μ ab?

24) Die Beschäftigungsdauer von AHS-Lehrern kann als in Jahren gemessene stetige Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum Ω=[0;39] durch die Dichtefunktion φ mit der Funktionsgleichung $\varphi(x) = \frac{8}{195} \cdot \sqrt[5]{\left(\frac{x}{39}\right)^{3}}$ modelliert werden.

a) Zeige, dass es sich bei φ auch wirklich um eine Dichtefunktion handelt!
b) Berechne die durchschnittliche Beschäftigungsdauer μ!
c) Um wie viele Jahre (σ) streut X durchschnittlich um μ?
d) Bei wie vielen von 49 AHS-Lehrern a.D. weicht die Beschäftigungsdauer modellgemäß um höchstens σ von μ ab?

25) Inhaltliche (aber nicht mathematische!) Fortsetzung der Aufgaben 2) und 3):
☺.K. ist als Chef seiner Nierenschutz-Firma ein echter Fiesling.☹
Die jährliche Gesamtarbeitszeit seiner Mitarbeiter ist als in Tagen (auch in Bruchteilen mit theoretisch unendlich genauer Präzision!) gemessene stetige Zufallsvariable X mit dem Ereignisraum Ω=[0;366] – N.B.: Für den Flankengott ist JEDES Jahr ein Schaltjahr! – nach der Dichtefunktion mit der Funktionsgleichung $\varphi(x) = \frac{25}{2013} \cdot \sqrt[11]{\left(\frac{x}{366}\right)^{39}}$ verteilt.

a) Zeige, dass es sich bei φ auch wirklich um eine Dichtefunktion handelt!
b) Berechne die durchschnittliche jährliche Gesamtarbeitszeit μ!
c) Um wie viele Tage (σ) streut X durchschnittlich um μ?
d) Bei wie vielen von ☺.Ks insgesamt 141 Mitarbeitern weicht die jährliche Gesamtarbeitszeit modellgemäß um höchstens σ von μ ab?

26) bis 47): Diese 22 (=2+7+5+7+1) Aufgaben befinden sich auf www.matheprof.at, und zwar:

- ✓ Unter http://matheprof.at/8A201213DiFuWh.htm
  - Die zwei Aufgaben 2 und 4 aus "Teil 1 (Aufgaben 1 bis 5)"
  - Die sieben Aufgaben 7, 10, 11, 12, 14, 17 und 18 aus "Teil 2 (Aufgaben 6 bis 18)"
  - Die fünf Aufgaben 19, 20, 22, 27 und 28 aus "Teil 3 (Aufgaben 19 bis 28)"
  - Alle sieben Aufgaben aus "Teil 4 (Aufgaben 29 bis 35)"
- ✓ Unter http://matheprof.at/8B201314Uebersicht.html
  Die Aufgabe 32 aus "34 Wiederholungsbeispiele"
  (d r i t t e r L i n k v o n u n t e n !)

Gutes Gelingen beim Lösen dieser schönen Aufgaben!

Wien, im Juli 2013. Dr. R. Resel, e. h.