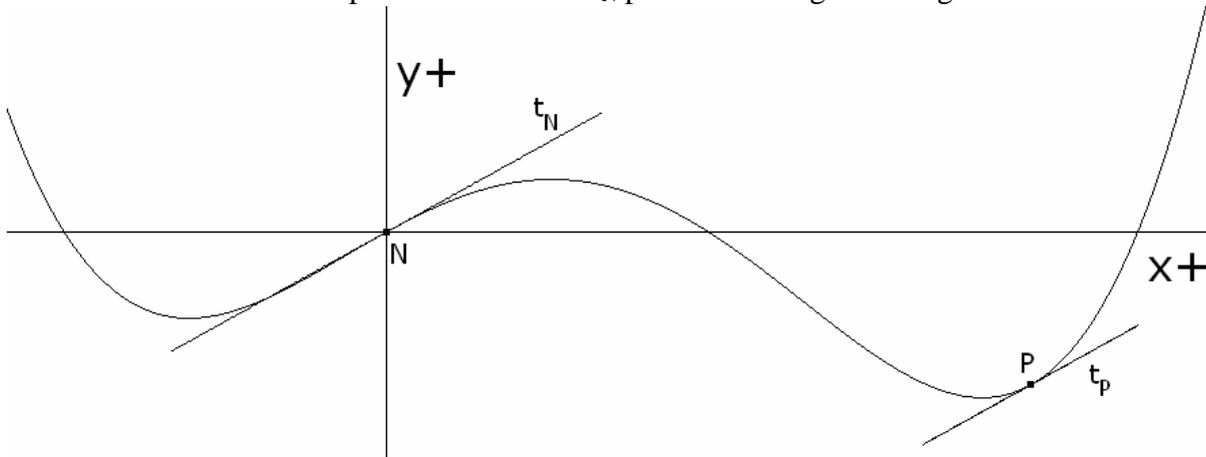
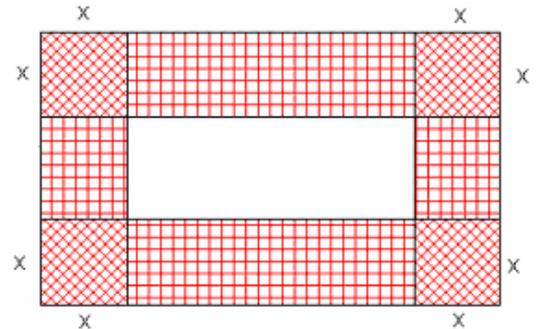


3. Schularbeit (zweistündig)

- 1) Berechne die Koordinaten jenes in der unteren Grafik abgebildeten Punkts P auf der Kurve mit der Gleichung $y = x^4 - 7x^3 - 9x^2 + 63x$, in welchem die Tangente t_P parallel zur Tangente t_N an die Kurve im Ursprung verläuft! Ist t_N eine Wendetangente (Begründung!)? Gibt es daher nebst P noch einen Kurvenpunkt mit einer zu t_N parallelen Tangente? Begründe deine Antwort!

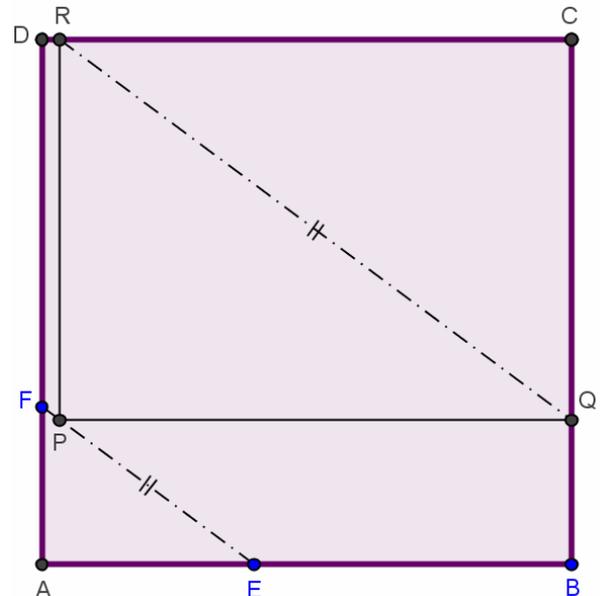


- 2) Einem 104cm langen und 65cm breiten Rechteck sollen von den Ecken Quadrate der Seitenlänge x derart weggeschnitten werden, sodass das Netz einer oben offenen quaderförmigen Schachtel mit maximalem Volumen entsteht.



- a) Wie groß ist die Einschnitt-Tiefe x zu wählen? Weise das Vorliegen einer Maximumstelle sowie deren Eindeutigkeit nach!
- b) Verifiziere am konkreten Beispiel, dass für den Grundflächeninhalt G der volumsgrößten Schachtel ausgehend von der Länge a und der Breite b des ursprünglichen Rechtecks die schöne Formel $G = \frac{2ab}{3} - \frac{\sqrt{a+b}}{9} \cdot \left(\sqrt{(a+b)^3} - \sqrt{a^3 + b^3} \right)$ gilt!

- 3) Auf der Sprachreise der 7A ging in einem der Gästezimmer eine 120cm lange [und (sic!) breite] quadratische Tischplatte zu Bruch, und zwar annähernd geradlinig entlang der Sprungkante EF, wobei $\overline{AE} = 48$ cm und $\overline{AF} = 36$ cm gilt.



- a) Welcher Punkt P auf der Sprungkante generiert zusammen mit zwei Parallelen zu den Seiten AB und AD durch P sowie Teilen der Kanten BC und CD (nämlich QC und CR) das flächeninhaltsgrößte Rest-Rechteck PQCR?
- b) Zeige am konkreten Beispiel den allgemeingültigen Sachverhalt, dass die Diagonale des idealen Rechtecks PQCR parallel zur Sprungkante verläuft!
- c) Weise ohne Taschenrechner nach, dass mehr als 70% des Quadrats "gerettet" werden können, jedoch weniger als ein Promille mehr als 70%!

- 4) Beim Lösen von Extremwertaufgaben haben wir zwecks Vereinfachung der Zielfunktion neben dem Vernachlässigen konstanter Faktoren drei wichtige Sätze über Ersatzfunktionen formuliert und bewiesen. Zitiere zwei dieser Sätze und leite einen davon detailliert her!

BONNE CHANCE!