Klasse: 5A(G)	Schuljahr 2009/10
Unterrichtsgegenstand: Mathematik	Lehrer: Dr. Robert RESEL

Technische Hilfestellung für die ebene analytische Geometrie: (Aufgaben zur) Einführung in EUKLID

1) Konstruiere vom Dreieck ΔABC[A(–3|–4), B(9|2), C(3|8)] den Höhenschnittpunkt.

2) Konstruiere vom Dreieck ΔABC[A(–2|–4), B(13|5), C(6|12)] den Umkreismittelpunkt sowie den Umkreis selbst.

3) Konstruiere vom Dreieck ΔABC[A(–1|–3), B(6|4), C(2|6)] sowohl den Höhenschnittpunkt als auch den Umkreismittelpunkt sowie den Umkreis selbst.

→ Die Aufgaben 1 und 2 dienen der Einführung und werden von "uns 26" [☺] gemeinsam gemacht.

→ Die Aufgabe 3 ist als erste Übung in Partnerarbeit in gefälliger Form auszuführen (BEIM ERSTELLEN DER DEMO-FILES EINFACH AUFPASSEN!) und dann im 5A-Ordner für Mathematik unter einem eigenen Ordner (Bezeichnung: Name1&Name2, siehe Beispiel!) mit dem Titel „Name1&Name2HSP&UMP“ abzuspeichern!

Aus den folgenden 14 Sätzen der Dreiecksgeometrie wird jedem 2er-Team ein Satz zugeordnet. Dieser wird dann vom jeweiligen 2er-Team durch eine gefällige Visualisierung [Beschriftung, Satz nach den üblichen Angaben (Name, Klasse etc.) in Textbox] bestätigt. Gespeichert wird im entsprechenden 2er-Ordner unter "SatzXName1Name2"!

ZUR ORIENTIERUNG BESTÄTIGEN WIR VORHER GEMEINSAM (DISPZIPLIN!!) DEN

Satz von WALLACE: Fällt man durch einen beliebigen Punkt des Umkreises eines Dreiecks **Normale** auf die Dreiecksseiten und betrachtet **deren** Schnittpunkte mit letzteren, so liegen diese drei Schnittpunkte auf einer Gerade ("WALLACE"-Gerade). {ΔABC[A(–12|0), B(15|9), C(–20|16)], P(x|0), $P \neq A$}

Nun die 14 Sätze:

Satz 1. In jedem Dreieck liegen Höhenschnittpunkt, Schwerpunkt und Umkreismittelpunkt auf einer Gerade ("EULERsche Gerade").

Satz 2. Spiegelt man den Höhenschnittpunkt eines Dreiecks an den Dreiecks-seiten, so liegen die gespiegelten Punkte auf dem Umkreis des Dreiecks.

Satz 3. Die Winkelsymmetrale eines Dreiecksinnenwinkels schneidet die Streckensymmetrale der gegenüberliegenden Dreiecksseite in einem Punkt des Umkreises des Dreiecks.

Satz 4. Die drei Schnittpunkte einer Dreiecksseite mit der Tangente an den Umkreis im gegenüberliegenden Eckpunkt liegen auf einer Gerade ("PASCALsche Gerade").

Satz 5. Spiegelt man die Höhen eines Dreiecks an den entsprechenden Winkelsymmetralen, so schneiden einander die drei entstehenden Geraden im Umkreismittelpunkt des Dreiecks.

Satz 6. Der Umkreis des Mittendreiecks eines Dreiecks geht auch durch Höhenfußpunkte dieses Dreiecks sowie durch die Halbierungspunkte der Verbindungsstrecken des Höhenschnittpunkts mit den Eckpunkten des Dreiecks ("FEURBACHsche Kreis" oder Neunpunkte-Kreis).

Satz 7. Projiziert man einen Höhenfußpunkt normal auf die diesen Fußpunkt nicht enthaltenden Seiten und Höhen des Dreiecks, so liegen diese vier Punkte auf einer Gerade.

Satz 8. Die Verbindungsstrecken der Berührungspunkte des Inkreises eines Dreiecks mit den jeweils gegenüberliegenden Eckpunkten schneiden einander in einem Punkt ("GERGONNEscher Punkt").

Satz 9. Der Höhenschnittpunkt eines spitzwinkligen Dreiecks ΔABC ist gleichzeitig auch der Inkreismittelpunkt des Höhenfußpunktdreiecks von ΔABC.

Satz 10. Ist **eine Seitenlänge** eines Dreiecks gleich dem arithmetischen Mittelwert der anderen beiden Seitenlängen des Dreiecks, so verläuft die Verbindungsgerade des Inkreis- und des Schwerpunkts parallel zu dieser Dreiecksseite mit **dieser Seitenlänge**.

Satz 11. Errichtet man über den Seiten eines Dreiecks nach außen hin gleichseitige Dreiecke und verbindet die Spitzen jeweils mit dem gegenüberliegenden Eckpunkt, so schneiden einander diese drei Verbindungsstrecken in einem Punkt ("FERMATscher Punkt").

Satz 12. Die Verbindungsstrecken der Berührungspunkte der Ankreise eines Dreiecks mit den jeweils gegenüberliegenden Eckpunkten schneiden einander in einem Punkt N ("NAGELscher Punkt").
Forschungsfrage: *Wie liegen I, N und S zueinander?*

Satz 13. Die WALLACE-Gerade eines Punktes P halbiert die Verbindungsstrecke von P und dem Höhenschnittpunkt des Dreiecks. Zeige dies anhand des Dreiecks $\Delta ABC[A(-6|0), B(7.5|4.5), C(-10|8)]$, $P(x_P|0)$, $x_P \neq -6$.

Satz 14. Die Streckensymmetralen m_{AI}, m_{BI} und m_{CI} (wobei I der Inkreismittelpunkt des Dreiecks ΔABC ist) bilden ein Dreieck $\Delta A'B'C'$, welches den gleichen Umkreis wie das Dreieck ΔABC besitzt.
Forschungsfragen: *Welchen Status hat I bezüglich des Dreiecks $\Delta A'B'C'$,?*
Was folgt daraus für die EULERschen Geraden der beiden Dreiecke?
Welcher Zusammenhang besteht zu Satz 3?

Gutes Gelingen!!